evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
STŘEDNÍ PRŮMYSLOVÁ ŠKOLA STAVEBNÍ OPAVA

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Diferenciální počet funkcí jedné proměnné

Diferenciální počet funkcí jedné proměnné - úvod

- V přírodě se neustále dějí **změny**.
- Naší snahou je nalézt **příčiny** těchto změn a jejich **vzájemnou souvislost**.
- Při zkoumání určitého jevu chceme získat buď :
  - **celkový pohled** na daný jev, tj. celkový průběh, nebo
  - **okamžitý stav** jevu.
- Chceme tedy znát odpověď na dvě otázky:
  „Jak z celkového průběhu jevů odvodit okamžitý stav?“ a
  „Jak z okamžitého stavu odvodit celkový obraz?“.
- Oba uvedené problémy se matematicky řeší metodami **infinitezimálního počtu:** odpověď na první otázku dává **diferenciální počet** a druhý problém řeší **integrální počet**.

OBSAH

1. Elementární funkce

1.1. Základní vlastnosti funkcí

- ***Funkce, Definiční obor funkce***

Funkce f na množině $A \subset R$, $A \neq 0$ je předpis, který každému číslu z množiny A přiřazuje právě jedno reálné číslo.

Množina A se nazývá **definiční obor funkce** f a značí se ***D(f)* .**

- ***Obor hodnot***

Množinu všech takových $y \in R$, k nimž existuje aspoň jedno $x \in D(f)$ tak, že $y = f(x)$, pak nazýváme **obor hodnot funkce** f a označujeme ***H(f)***.

$$H(f) = \{y \in R : \exists x \in D(f) \ \text{takové, že}\ y = f(x)\}$$

- ***Graf funkce***

Graf funkce f ve zvolené soustavě souřadnic *Oxy* v rovině je množina všech bodů X[$x, f(x)$], kde $x \in D(f)$.

- ***Rovnost funkcí***

  Dvě funkce ***f*** a ***g*** jsou si **<u>rovny</u>** (píšeme ***f*** = ***g***) právě tehdy, když

  - mají stejný definiční obor a
  - v každém bodě tohoto definičního oboru platí ***f(x) = g(x)***.

  $$(f = g) \Leftrightarrow [\ (\ D(f) = D(g)\ )\ \wedge\ (\ \forall x \in D(f): f(x) = g(x)\ )\ ]$$

- ***Funkce monotonní*** = ***funkce rostoucí*** nebo ***funkce klesající .***

  - ***Funkce rostoucí***

  Funkce *y = f* (*x*) je **<u>rostoucí</u>** v intervalu 〈 a , b〉 , jestliže pro každé dvě hodnoty $x_1 < x_2$ z intervalu 〈 a , b〉 platí, že $f(x_1) < f(x_2)$.

  - ***Funkce klesající***

  Funkce *y = f* (*x*) je **<u>klesající</u>** v intervalu 〈 a , b〉 , jestliže pro každé dvě hodnoty $x_1 < x_2$ z intervalu 〈 a , b〉 platí, že $f(x_1) > f(x_2)$.

- ***Sudá funkce***

  Funkce $y = f(x)$ se nazývá **<u>sudá</u>**, právě když :

  - definiční obor $D(f)$ je souměrný podle počátku souřadného systému

  (tj. s každým bodem $\boldsymbol{x} \in D(f)$ patří do definičního oboru také bod $\boldsymbol{-x}$), a

  -pro každé $x \in D(f)$ platí: $\boldsymbol{f(x) = f(-x)}$.

- ***Lichá funkce***

  Funkce $y = f(x)$ se nazývá **<u>lichá</u>**, právě když :

  - definiční obor $D(f)$ je souměrný podle počátku souřadného systému

  (tj. s každým bodem $\boldsymbol{x} \in D(f)$ patří do definičního oboru také bod $\boldsymbol{-x}$), a

  -pro každé $x \in D(f)$ platí: $\boldsymbol{f(-x) = -f(x)}$.

- ***Funkce prostá***

  Prostá funkce je taková funkce, pro kterou platí: $f(x_1) = f(x_2) \Longrightarrow x_1 = x_2$.

  Případně můžeme implikaci obrátit takto: $x_1 \neq x_2 \Longrightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

- ***Funkce inverzní***

  Mějme ***f*** s definičním oborem *D(f)* a oborem hodnot *H(f)*.

  Platí, že pro $\forall x \in D(f), \exists\, y \in H(f)$, pro který platí $f(x) = y$.

  Inverzní funkce f^{-1} je pak funkce, pro kterou platí:

  $$f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$$

- ***Funkce periodická***

  Funkce ***f*** se nazývá **periodická funkce,** právě když existuje takové číslo $p > 0$, že pro každé $k \in Z$ platí následující podmínky:

  a) je-li $x \in D(f)$, pak $(x + k.p) \in D(f)$,

  b) $f(x + k.p) = f(x)$

  Číslo *p* se nazývá **perioda** funkce ***f***.

- ***Funkce složená***

  Říkáme, že funkce ***h*** je **<u>složená</u>** z funkcí ***g*** , ***f*** (tj. $h = (f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$)

  právě když platí: - $D(h) = \{x \in D(f), f(x) \in D(g)\}$ a

  - pro každé $x \in D(h)$ je $h(x) = g(f(x))$

- ***Funkce omezená***

  Funkce ***f*** je **<u>shora omezená</u>**, pokud existuje takové číslo *A*, pro které platí:

  pro $\forall\ x \in D(f)$: $\boldsymbol{f(x) \le A}$.

  Funkce ***f*** je **<u>zdola omezená,</u>** pokud existuje takové číslo *A*, pro které platí:

  pro $\forall\ x \in D(f)$: $\boldsymbol{f(x) \ge A}$.

  Je-li funkce **omezená shora a současně omezená zdola** , pak funkci říkáme **funkce omezená**.

- ***Maximum funkce, Minimum funkce***

  Řekneme, že **<u>funkce f má v bodě *a* maximum</u>**, právě když

  pro $\forall\ x \in D(f)$ je): $\boldsymbol{f(x) \le f(a)}$.

  Řekneme, že **<u>funkce f má v bodě *b* minimum,</u>** právě když

  pro $\forall\ x \in D(f)$ je): $\boldsymbol{f(x) \ge f(b)}$.

Referenční seznam:

- Odvárko, Oldřich. Matematika pro gymnázia – Funkce. 3. vydání. Praha: Prometheus, 2007. ISBN 978-80-7196-164-2.
- Odvárko, Oldřich, Řepová, Jana, Skříček, Ladislav. Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU- 2.část. 5. vydání. Praha: Prometheus, 1995. ISBN 80-85849-61-5.

Prezentaci vytvořila ***Mgr. Bc. Eva Vengřínová,*** vyučující předmětu matematika na Střední průmyslové škole stavební, Opava, příspěvková organizace.

Prezentace je určena pro podporu výuky matematiky na středních odborných školách stavebních , oboru 78 - 42 - M/01 Technické lyceum.

Je v souladu s rámcovými vzdělávacími programy.

Vytvořeno v rámci projektu OP VK "Nová cesta za vzděláním", registrační číslo CZ.1.07/1.5.00/34.0034,

za finanční podpory Evropského sociálního fondu a rozpočtu České republiky.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
STŘEDNÍ PRŮMYSLOVÁ ŠKOLA STAVEBNÍ OPAVA
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ