Výsledky

- ***Užití limity funkce***

Př.1. Určete asymptoty grafů funkcí

a) $f: y = \frac{x^3}{2\,.\,(x+1)^2}$, $D(f) = R\backslash\{-1\}$

Asymptota bez směrnice:

$\lim_{x\to -1^-} \frac{x^3}{2.(x+1)^2} = -\infty$

$\lim_{x\to -1^+} \frac{x^3}{2.(x+1)^2} = -\infty$ $\Big\}$ $x = -1$

Asymptota se směrnicí:

$a = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^3}{2.(x+1)^2}}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{2x.(x+1)^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{2.(x^2+2x+1)} = \frac{1}{2} \lim_{x\to\infty} \frac{1}{1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}} = \frac{1}{2}$

$b = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{x^3}{2.(x+1)^2} - \frac{1}{2}\right] = \frac{1}{2} \lim_{x\to\infty} \frac{x^3 - x.(x+1)^2}{(x+1)^2} = \frac{1}{2} \lim_{x\to\infty} \frac{x^3 - x^3 - 2x^2 - x}{x^2+2x+1} = \frac{1}{2} \lim_{x\to\infty} \frac{-2-\frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}} = \frac{1}{2}.(-2) = -1$

$y = \frac{1}{2}x - 1$

b) $f: y = 3x + \frac{3}{x-2}$

Asymptota bez směrnice: $x = 2$

Asymptota se směrnicí: $y = 3x$

c) $f: y = \frac{x^2}{x-2}$

Asymptota bez směrnice: $x = 2$

Asymptota se směrnicí: $y = x + 2$

d) $f: y = \frac{1}{x^2}$

Asymptota bez směrnice: $x = 0$

Asymptota se směrnicí: $y = 0$

Př.2. Určete rovnici tečny a normály grafu funkce $f(x)$ v bodě $T[x_0; y_0]$, je-li dáno $f(x)$ a x_0. Rovnici napište ve tvaru $y - y_0 = k_T.(x - x_0)$, kde $k_T = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

a) $f: y = x^3 - 2$, $T[1; y_0]$ $y_0 = (-1)^3 - 2 = -1$

$k_T = \lim_{x\to 1} \frac{x^3-2-(-1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1).(x^2+x+1)}{(x-1)} = 3$

Rovnice tečny a normály v bodě $T[1;-1]$: $\boldsymbol{t}: y + 1 = 3.(x-1)$ $\boldsymbol{n}: y + 1 = \frac{-1}{3}.(x-1)$

b) $f: y = \frac{1}{x}$, $T[-1; y_0]$

Rovnice tečny a normály v bodě $T[-1;-1]$: $\boldsymbol{t}: y + 1 = -1.(x+1)$ $\boldsymbol{n}: y + 1 = 1.(x+1)$

c) $f: y = -x^2 + 4$, $T\left[\frac{1}{2}; y_0\right]$

Rovnice tečny a normály v bodě $T\left[\frac{1}{2}; \frac{15}{4}\right]$: $\boldsymbol{t}: y - \frac{15}{4} = -1.(x - \frac{1}{2})$ $\boldsymbol{n}: y - \frac{15}{4} = 1.(x - \frac{1}{2})$

d) $f: y = \sin x$, $T\left[\frac{\pi}{4}; y_0\right]$

Rovnice tečny a normály v bodě $T\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$: $\boldsymbol{t}: y - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.(x - \frac{\pi}{4})$ $\boldsymbol{n}: y - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{2}{\sqrt{2}}.(x - \frac{\pi}{4})$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pracovní list byl vytvořen v rámci projektu "Nová cesta za poznáním", reg. č. CZ.1.07/1.5.00/34.0034, za finanční podpory Evropského sociálního fondu a rozpočtu ČR.

Uvedená práce (dílo) podléhá licenci Creative Commons
Uveďte autora-Nevyužívejte dílo komerčně-Zachovejte licenci 3.0 Česko