Výsledky

- ***Spojitost funkce v bodě***

Př.1. a) $x \in R \setminus \langle -1; 3\rangle = (-\infty; -1) \cup (3; \infty)$ b) $(-10; -7) \cup (-3; 0)$ c) $\langle -7; -4) \cup (-2; 1\rangle$

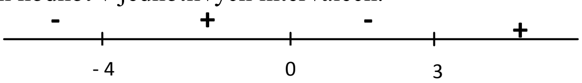
Př.2. a) $(4; 10)$, b) $(6{,}7\ ; 7{,}3)$

Př.3. a) $|x-3| < 1$ b) $|x-3| < 0{,}5$

- ***Spojitost funkce v intervalu***

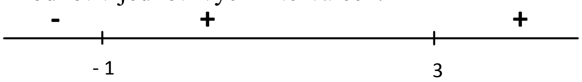
Př.4. Funkce $f(x) = x^2 - 2\mathrm{x} - 3$ je spojitá v uzavřeném intervalu $\langle 2\ ; 4\rangle$.
Platí: $f(2) = -3$ $f(4) = 8$ a tedy $f(2).f(4) = -3.8 < 0$
Proto existuje alespoň jedno $c \in (\,2;\ 4)$ pro něž platí $f(c) = 0$, tzn. že graf funkce protne osu $\boldsymbol{x}$ v intervalu $(\,2;\ 4)$ alespoň jednou.
Odtud: rovnice $x^2 - 2\mathrm{x} - 3 = 0$ má kořen z intervalu $(\,2;\ 4)$ ..

Př.5. a) $x^3 + x^2 - 12x \geq 0$
$x.(x^2 + x - 12) \geq 0$
$x.(x-3).(x+4) \geq 0$
Příslušná funkce $f(x) = x.(x-3).(x+4)$ má právě tři nulové body: $c_1 = -4$, $c_2 = 0$, $c_3 = 3$
Protože funkce $f(x)$ je spojitá v R, nemění v intervalech $(-\infty,-4)$, $(-4{,}0)$, $(0{,}3)$, $(3,\infty)$ znaménka. Doplníme znaménka funkčních hodnot v jednotlivých intervalech.



Proto řešením nerovnice $x^3 + x^2 - 12x \geq 0$ je $\boldsymbol{x} \in \langle \boldsymbol{-4}\,, \boldsymbol{0}\rangle \cup \langle \boldsymbol{3}\,, \infty)$

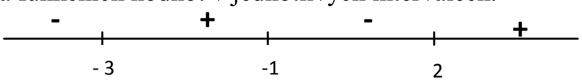
b) $(x+1).(x-3)^2 > 0$
$(x+1).(x-3).(x-3) > 0$
Příslušná funkce $f(x) = (x+1).(x-3).(x-3)$ má dva nulové body: $c_1 = -1$, $c_{2,3} = 3$ (dvojnásobný kořen)
Protože funkce $f(x)$ je spojitá v R, nemění v intervalech $(-\infty,-1)$, $(-1{,}3)$, $(3,\infty)$ znaménka. Doplníme znaménka funkčních hodnot v jednotlivých intervalech.



Proto řešením nerovnice $(x+1).(x-3)^2 > 0$ je $\boldsymbol{x} \in \langle \boldsymbol{-1}\,, \boldsymbol{3}) \cup (\boldsymbol{3}\,, \infty\rangle$

c) $(x+1).(x-2).(x+3) < 0$

Příslušná funkce $f(x) = (x+1).(x-2).(x+3)$ má právě tři nulové body: $c_1 = -3$, $c_2 = -1$, $c_3 = 2$
Protože funkce $f(x)$ je spojitá v R, nemění v intervalech $(-\infty,-3)$, $(-3,-1)$, $(-1{,}2)$, $(2,\infty)$ znaménka.
Doplníme znaménka funkčních hodnot v jednotlivých intervalech.



Proto řešením nerovnice $(x+1).(x-2).(x+3) < 0$ je $\boldsymbol{x} \in (-\infty\,, \boldsymbol{-3}) \cup (\boldsymbol{-1}\,, \boldsymbol{2})$

evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost STŘEDNÍ PRŮMYSLOVÁ ŠKOLA STAVEBNÍ OPAVA
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pracovní list byl vytvořen v rámci projektu "Nová cesta za poznáním", reg. č. CZ.1.07/1.5.00/34.0034, za finanční podpory Evropského sociálního fondu a rozpočtu ČR.

Př.6. a) $\frac{x+2}{x-1} > 0$

Příslušná funkce $f(x) = \frac{(x+2)}{(x-1)}$ má nulový bod: $c = -2$. Definiční obor této funkce: $x \in R\setminus\{1\}$

Doplníme znaménka funkčních hodnot v jednotlivých intervalech.

$\frac{-}{-} = +$ -2 $\frac{+}{-} = -$ 1 $\frac{+}{+} = +$

Proto řešením nerovnice $\frac{x+2}{x-1} > 0$ je $\boldsymbol{x \in (-\infty\,, -2)\ \cup\ (1\,, \infty)}$

b) $\frac{x}{x-1} < 0$

Příslušná funkce $f(x) = \frac{x}{(x-1)}$ má nulový bod: $c = 0$. Definiční obor této funkce: $x \in R\setminus\{1\}$

Doplníme znaménka funkčních hodnot v jednotlivých intervalech.

$\frac{-}{-} = +$ 0 $\frac{+}{-} = -$ 1 $\frac{+}{+} = +$

Proto řešením nerovnice $\frac{x}{x-1} < 0$ je $\boldsymbol{x \in (0\,, 1)}$

c) $\frac{x^3+x}{x+2} \leq 0$

Příslušná funkce $f(x) = \frac{x.(x^2+1)}{x+2}$ má nulový bod: $c_1 = 0$. Definiční obor této funkce: $x \in R\setminus\{-2\}$

Doplníme znaménka funkčních hodnot v jednotlivých intervalech.

$\frac{-}{-} = +$ -2 $\frac{-}{+} = -$ 0 $\frac{+}{+} = +$

Proto řešením nerovnice $\frac{x^3+x}{x+2} \leq 0$ je $\boldsymbol{x \in (-2\,, 0\rangle}$

Př.7. a) $x.\log x < x$

$x.\log x - x < 0$

$x.(\log x - 1) < 0$

Příslušná funkce $f(x) = x.(\log x - 1)$ má právě dva nulové body: $c_1 = 0\,, c_2 = 10$.

Definiční obor této funkce: $x \in (0\,, \infty)$

Doplníme znaménka funkčních hodnot v jednotlivých intervalech.

0   **+ . -**   10   **+ . +**

Proto řešením nerovnice $x.\log x < x$ je $\boldsymbol{x \in (0\,, 10\,)}$

b) $\sqrt{x^2+8} > x+2$

$x^2 + 8 > (x+2)^2$

$x^2 + 8 > x^2 + 4x + 4$

$0 > 4x - 4$

$x - 1 < 0$

Příslušná funkce $f(x) = x - 1$ má nulový bod: $c = 1$. Definiční obor této funkce: $x \in R$

Doplníme znaménka funkčních hodnot v jednotlivých intervalech.

-   1   **+**

Proto řešením nerovnice $\sqrt{x^2+8} > x+2$ je $\boldsymbol{x \in (-\infty\,, 1\,)}$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pracovní list byl vytvořen v rámci projektu "Nová cesta za poznáním", reg. č. CZ.1.07/1.5.00/34.0034, za finanční podpory Evropského sociálního fondu a rozpočtu ČR.