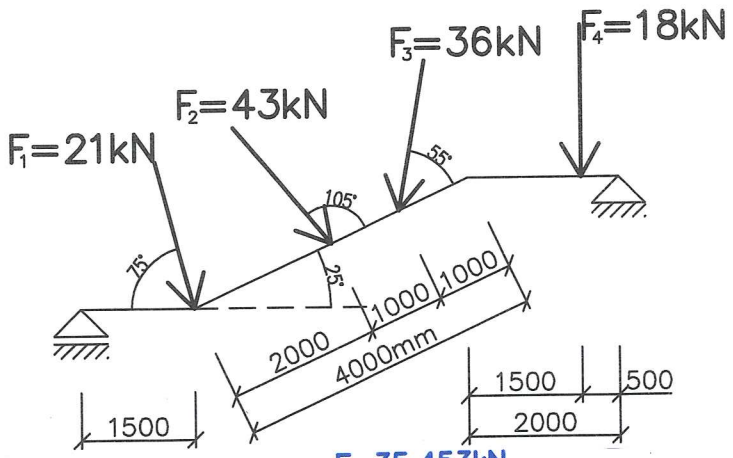
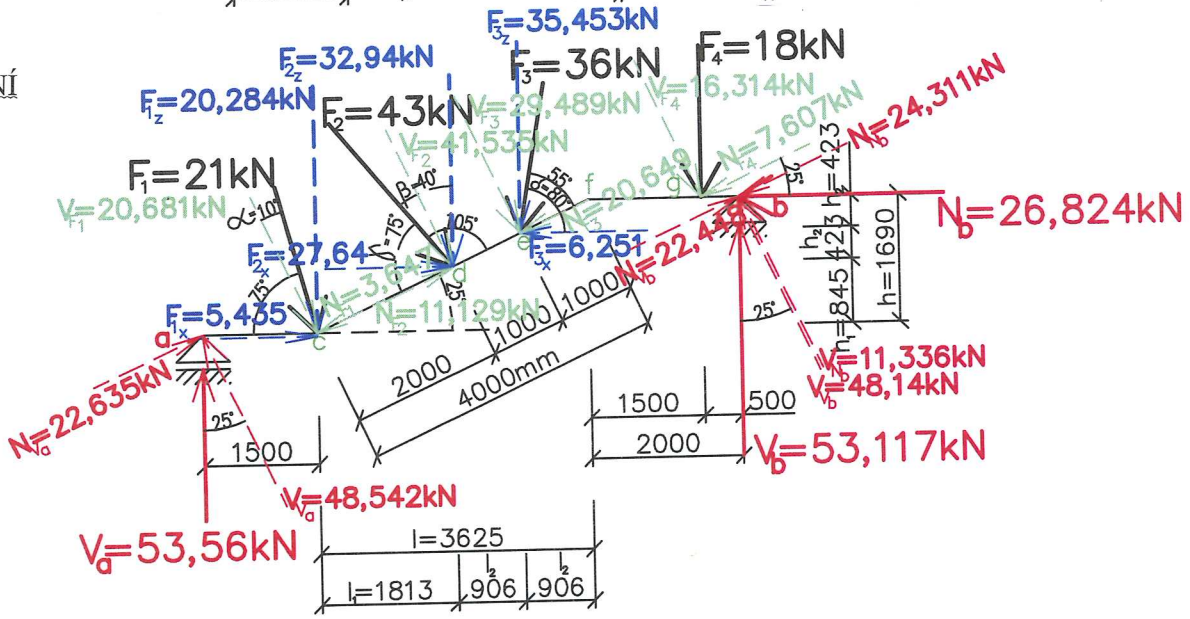
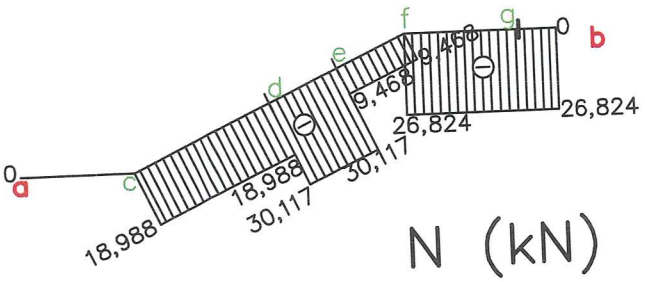
1.4.3 Šikmý lomený nosník zatížený osamělými břemeny

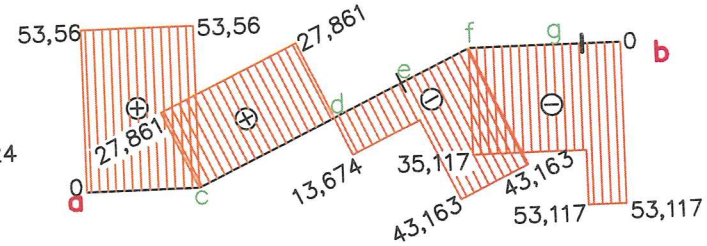
ZADÁNÍ

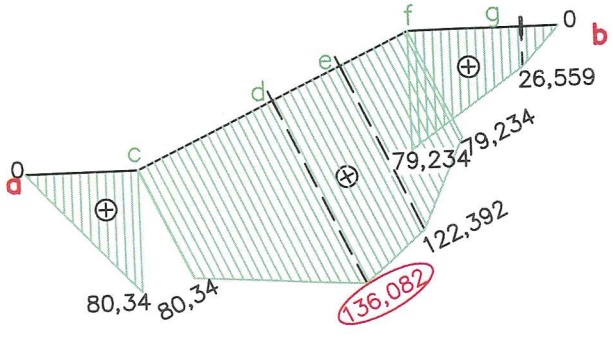


ŘEŠENÍ









U šikmého lomeného nosníku se snoubí nutnost brát v úvahu měnící se směr podélné osy a nutnost správného pr0počítání vzdáleností a správného rozkladu sil, který souvisí s výpočty úhlů.

POSTUP K ŘEŠENÍ:

A/ VYŘEŠÍME REAKCE

1) Výpočet potřebných údajů

$\alpha = 75° + 25° - 90° = 10°$
$\beta = 105° + 25° - 90° = 40°$
$\gamma = 180° - 105° = 75°$
$\delta = 55° + 25° = 80°$

$\cos 25° = l / 4$ $\quad$ $\sin 25° = h / 4$
$l = 4 . \cos 25° = 3{,}625$ m $\quad$ $h = 4 . \sin 25° = 1{,}69$ m

$\cos 25° = l_1 / 2$ $\quad$ $\sin 25° = h_1 / 2$
$l_1 = 2 . \cos 25° = 1{,}813$ m $\quad$ $h_1 = 2 . \sin 25° = 0{,}845$m

$\cos 25° = l_2 / 1$ $\quad$ $\sin 25° = h_2 / 1$
$l_2 = 1 . \cos 25° = 0{,}906$ m $\quad$ $h_2 = 1 . \sin 25° = 0{,}423$m

2) Rozložení šikmých sil

F_1
- $F_{1x} = F_1 . \cos 75° = 21 . \cos 75° = 5{,}435$ kN
- $F_{1z} = F_1 . \sin 75° = 21 . \sin 75° = 20{,}284$ kN

F_2
- $F_{2x} = F_2 . \sin 40° = 43 . \sin 40° = 27{,}64$ kN
- $F_{2z} = F_2 . \cos 40° = 43 . \cos 40° = 32{,}94$ kN

F_3
- $F_{3x} = F_3 . \cos 80° = 36 . \cos 80° = 6{,}251$ kN
- $F_{3z} = F_3 . \sin 80° = 36 . \sin 80° = 35{,}453$ kN

F_1
- $N_{F1} = F_1 . \sin 10° = 21 . \sin 10° = 3{,}647$ kN
- $V_{F1} = F_1 . \cos 10° = 21 . \cos 10° = 20{,}681$ kN

F_2
- $N_{F2} = F_2 . \cos 75° = 43 . \cos 75° = 11{,}129$ kN
- $V_{F2} = F_2 . \sin 75° = 43 . \sin 75° = 41{,}535$ kN

F_3
- $N_{F3} = F_3 . \cos 55° = 36 . \cos 55° = 20{,}649$ kN

$V_{F3} = F_3 \cdot \sin 55° = 36 \cdot \sin 55° = \underline{29{,}489\ kN}$

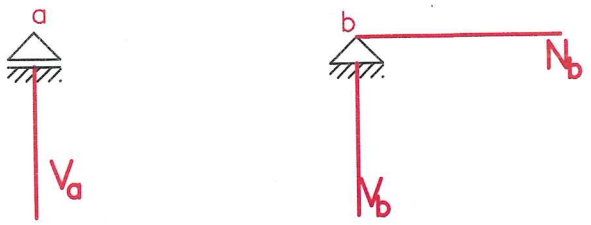
F_4 → $N_{F4} = F_4 \cdot \sin 25° = 18 \cdot \sin 25° = \underline{7{,}607\ kN}$

F_4 → $V_{F4} = F_4 \cdot \cos 25° = 18 \cdot \cos 25° = \underline{16{,}314\ kN}$

3) Výpočet reakcí

a) Označíme podpory a,b.

b) Podle typu podpory naznačíme předpokládané reakce



c) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu b vypočítáme reakci V_a.

$\sum_{i=1}^{n} M_{bi} = 0$ + −

$V_a \cdot 7{,}125 - F_{1z} \cdot 5{,}625 - F_{1x} \cdot 1{,}69 - F_{2z} \cdot 3{,}812 - F_{2x} \cdot 0{,}846 - F_{3z} \cdot 2{,}906 + F_{3x} \cdot 0{,}423 - F_4 \cdot 0{,}5 = 0$

$V_a \cdot 7{,}125 - 20{,}284 \cdot 5{,}625 - 5{,}435 \cdot 1{,}69 - 32{,}94 \cdot 3{,}812 - 27{,}64 \cdot 0{,}846 - 35{,}453 \cdot 2{,}906 + 6{,}251 \cdot 0{,}423 - 18 \cdot 0{,}5 = 0$

$V_a \cdot 7{,}125 = 381{,}616$

$V_a = \underline{53{,}56\ kN}$ ↷

e) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy **x** vypočítáme reakci N_b.

$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = 0$ − +

$F_{1x} + F_{2x} - F_{3x} + N_b = 0$

$5{,}435 + 27{,}64 - 6{,}251 + N_b = 0$

$N_b = \underline{-26{,}824\ kN}$ ←

f) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy **z** vypočítáme reakci V_b.

$\sum_{i=1}^{n} F_{zi} = 0$ + −

$V_a - F_{1z} - F_{2z} - F_{3z} - F_4 + V_b = 0$

$53{,}56 - 20{,}284 - 32{,}94 - 35{,}453 - 18 + V_b = 0$

$V_b = \underline{53{,}117\ kN}$ ↑

f) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu c si zkontrolujeme, zda máme reakce vypočítány správně.

$$\sum_{i=1}^{n} M_{ci} = 0$$ + −

$V_a \,.\, 1{,}5 + F_{2z} \,.\, 1{,}813 + F_{2x} \,.\, 0{,}845 + F_{3z} \,.\, 2{,}719 - F_{3x} \,.\, 1{,}268 + F_4 \,.\, 5{,}125 - N_b \,.\, 1{,}69 - V_b \,.\, 5{,}625 = 0$

$53{,}56.1{,}5+32{,}94.1{,}813+27{,}64.0{,}845+35{,}453.2{,}719-6{,}251.1{,}268+18.5{,}125-26{,}824.1{,}69-53{,}117.5{,}625=0$

$0{,}02 \doteq 0$ ✓

B/ VYŘEŠÍME PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL

Reakce si rozložíme na normálové a posouvající složky pro šikmé rameno:

V_a
- $N_{Va} = V_a \,.\, \sin 25° = 53{,}56 \,.\, \sin 25° = \underline{22{,}635 \text{ kN}}$
- $V_{Va} = V_a \,.\, \cos 25° = 53{,}56 \,.\, \cos 25° = \underline{48{,}542 \text{ kN}}$

V_b
- $N_{Vb} = V_b \,.\, \sin 25° = 53{,}117 \,.\, \sin 25° = \underline{22{,}448 \text{ kN}}$
- $V_{Vb} = V_b \,.\, \cos 25° = 53{,}117 \,.\, \cos 25° = \underline{48{,}14 \text{ kN}}$

N_b
- $N_{Nb} = N_b \,.\, \cos 25° = 26{,}824 \,.\, \cos 25° = \underline{24{,}311 \text{ kN}}$
- $V_{Nb} = N_b \,.\, \sin 25° = 26{,}824 \,.\, \sin 25° = \underline{11{,}336 \text{ kN}}$

1) Průběh normálových sil na nosníku (znaménková konvence ←⊞→)

Mezi dvěmi osamělými břemeny je vždy konstantní průběh. V působišti osamělého břemena se vždy tento průběh mění skokem právě o hodnotu této normálové síly.

SVISLÉ VODOROVNÉ RAMENO:
v bodě a: $N_a^L = \underline{0}$
v bodě c: $N_c^L = N_a^L = \underline{0}$

ŠIKMÉ RAMENO:
v bodě c: $N_c^L = -N_{Va} + N_{F1} = -22{,}635 + 3{,}647 = \underline{-18{,}988 \text{ kN}}$
v bodě d: $N_d^L = N_c^L - N_{F2} = -18{,}988 - 11{,}129 = \underline{-30{,}117 \text{ kN}}$
v bodě e: $N_e^L = N_d^L + N_{F3} = -30{,}117 + 20{,}649 = \underline{-9{,}468 \text{ kN}}$
v bodě f: $N_f^L = N_e^L = \underline{-9{,}468 \text{ kN}}$

HORNÍ VODOROVNÉ RAMENO:
v bodě b: $N_b^P = -N_b = \underline{-26{,}824 \text{ kN}}$
v bodě g: $N_g^P = N_b^P = \underline{-26{,}824 \text{ kN}}$
v bodě f: $N_f^P = N_g^P = \underline{-26{,}824 \text{ kN}}$

2) Průběh posouvajících sil na nosníku (znaménková konvence ↑⊞↓)

Mezi dvěmi osamělými břemeny je vždy konstantní průběh. V působišti osamělého břemena se vždy tento průběh mění skokem právě o hodnotu této posouvající síly.

SPODNÍ VODOROVNÉ RAMENO:

v bodě a: $V_a^L = V_a = \underline{53{,}56\ kN}$

v bodě c: $V_c^L = V_a^L = \underline{53{,}56\ kN}$

ŠIKMÉ RAMENO:

v bodě c: $V_c^L = V_{Va} - V_{F1} = 48{,}542 - 20{,}681 = \underline{27{,}861\ kN}$

v bodě d: $V_d^L = V_c^L - V_{F2} = 27{,}861 - 41{,}535 = \underline{-\ 13{,}674\ kN}$

v bodě e: $V_e^L = V_d^L - V_{F3} = -\ 13{,}674 - 29{,}489 = \underline{-\ 43{,}163\ kN}$

v bodě f: $V_f^L = V_e^L = \underline{-\ 43{,}163\ kN}$

HORNÍ VODOROVNÉ RAMENO:

v bodě b: $V_b^P = -\ V_b = \underline{-\ 53{,}117\ kN}$

v bodě g: $V_g^P = V_b^P + F_4 = -\ 53{,}117 + 18 = \underline{-\ 35{,}117\ kN}$

v bodě f: $V_f^P = V_g^P = \underline{-\ 35{,}117\ kN}$

3) Průběh ohybových momentů(znaménková konvence)

Mezi dvěmi osamělými břemeny je vždy lineární průběh (křivka 1.stupně). V působišti osamělého břemena se průběh lomí.

v bodě a: $M_a^L = \underline{0}$

v bodě c: $M_c^L = V_a \,.\, 1{,}5 = 53{,}56 \,.\, 1{,}5 = \underline{80{,}34\ kNm}$

v bodě d: $M_d^L = V_a \,.\, 3{,}313 - V_{F1} \,.\, 2 = 53{,}56 \,.\, 3{,}313 - 20{,}681 \,.\, 2 = \underline{136{,}082\ kNm}$

v bodě e: $M_e^L = V_a \,.\, 4{,}219 - V_{F1}.3 - V_{F2}\,.1 = 53{,}56.4{,}219 - 20{,}681.3 - 41{,}535.1 = \underline{122{,}392\ kNm}$

v bodě f: $M_f^P = V_b \,.\, 2 - F_4 \,.\, 1{,}5 = 53{,}117 \,.\, 2 - 18 \,.\, 1{,}5 = \underline{79{,}234\ kNm}$

v bodě g: $M_g^P = V_b \,.\, 0{,}5 = 53{,}117 \,.\, 0{,}5 = \underline{26{,}559\ kNm}$

v bodě b: $M_b^P = \underline{0}$

Poznámka: NEBEZPEČNÝ PRŮŘEZ je v bodě **d**, kde je maximální ohybový moment o velikosti 136,082 kNm.