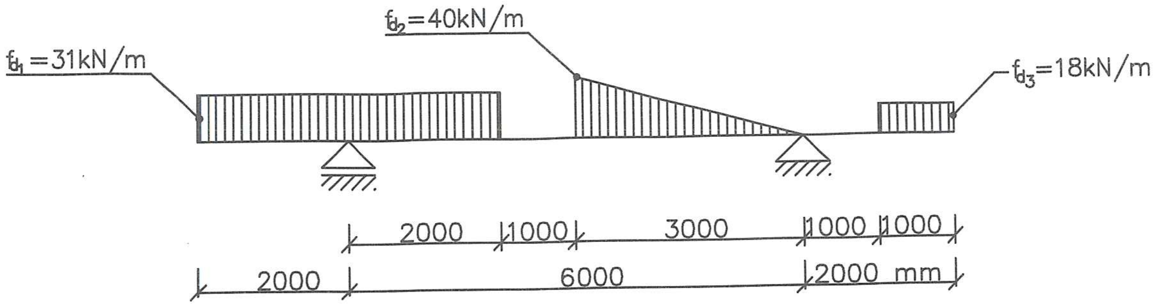
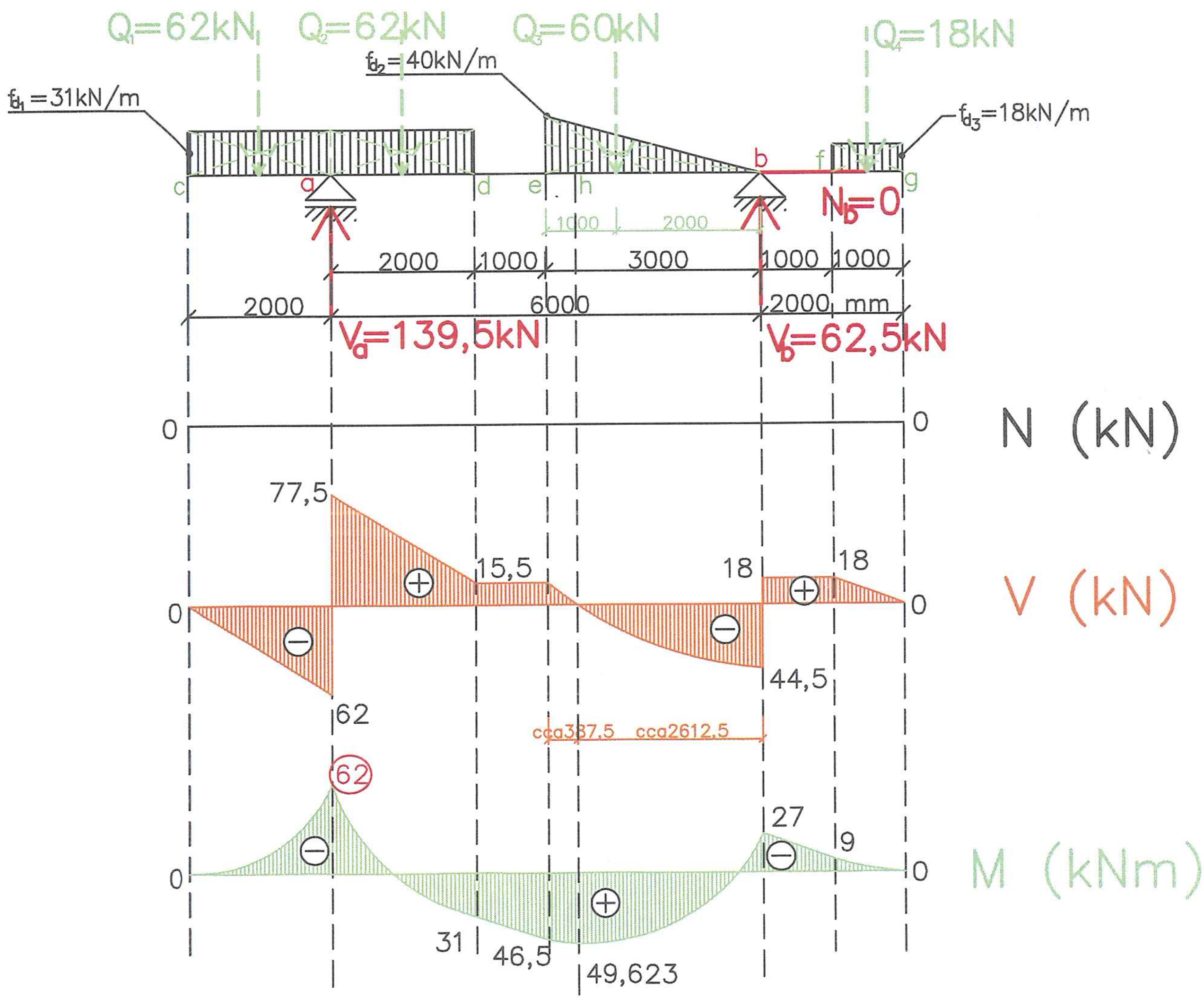
2.1.6 Prostý nosník s převislými konci zatížený spojitým zatížením rovnoměrným i trojúhelníkovým

ZADÁNÍ



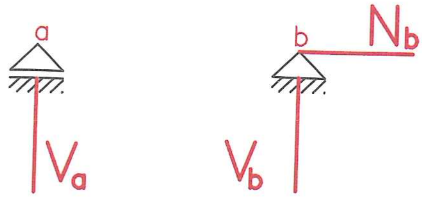
ŘEŠENÍ



POSTUP K ŘEŠENÍ:

A/ VYŘEŠÍME REAKCE

1) Označíme podpory a,b a zajímavá místa
2) Naznačíme průběh reakcí podle typu podpory



3) Vypočítáme náhradní břemena

$Q_1 = f_{d1} . 2 = 31 . 2 = 62$ kN
$Q_2 = f_{d1} . 2 = 31 . 2 = 62$ kN
$Q_3 = ½ . f_{d2} . 3 = ½ . 40 . 3 = 60$ kN
$Q_4 = f_{d3} . 1 = 18 . 1 = 18$ kN

4) Vypočítáme reakce
   a) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy **x** vypočítáme reakci N_b.

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = 0 \qquad - \quad +$$

$$N_b = \underline{\underline{0}}$$

   b) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu b vypočítáme reakci V_a.

$$\sum_{i=1}^{n} M_{bi} = 0 \qquad + \qquad -$$

$$V_a . 6 - Q_1 . 7 - Q_2 . 5 - Q_3 . 2 + Q_4 . 1{,}5 = 0$$

$$V_a . 6 - 62 . 7 - 62 . 5 - 60 . 2 + 18 . 1{,}5 = 0$$

$$V_a . 6 = 837$$

$$V_a = \underline{\underline{139{,}5 \text{ kN}}}$$

   c) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy **z** vypočítáme reakci V_b.

$$\sum_{i=1}^{n} F_{zi} = 0 \qquad + \quad -$$

$$-Q_1 + V_a - Q_2 - Q_3 + V_b - Q_4 = 0$$

$$-62 + 139{,}5 - 62 - 60 + V_b - 18 = 0$$

$$V_b = \underline{\underline{62{,}5 \text{ kN}}}$$

   d) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu c si ověříme, že máme reakce vypočítány správně.

$$\sum_{i=1}^{n} M_{ci} = 0 \quad + \quad -$$

$$Q_1 . 1 - V_a . 2 + Q_2 . 3 + Q_3 . 6 - V_b . 8 + Q_4 . 9{,}5 = 0$$

$$62 . 1 - 139{,}5 . 2 + 62 . 3 + 60 . 6 - 62{,}5 . 8 + 18 . 9{,}5 = 0$$

$$\underline{0 = 0} \checkmark$$

B/ VYŘEŠÍME PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL

1) Výpočet průběhu normálových sil (znaménková konvence $\leftarrow\boxplus\rightarrow$)
   Protože se zde nevyskytují žádné normálové síly, je zde nulový průběh normálových sil.

2) Výpočet průběhu posouvajících sil (znaménková konvence $\boxplus$)
   - Z bodu c do bodu a je lineární průběh a mění se o velikost náhradního břemena Q_1.
   - V bodě a dojde v průběhu ke skoku a to o velikosti hodnoty reakce V_a.
   - Z bodu a do bodu d je lineární průběh a mění se o velikost náhradního břemena Q_2.
   - Z bodu d do bodu e je průběh konstantní.
   - Z bodu e do bodu b je průběh křivka 2.stupně a mění se o velikost náhradního břemena Q_3.
   - Z bodu b do bodu f je průběh konstantní.
   - Z bodu f do bodu g je průběh lineární a mění se o velikost náhradního břemena Q_4.

v bodě c: $V_c^L = \underline{0}$

v bodě a: $V_{a1}^L = V_c^L - Q_1 = 0 - 62 = \underline{-62\ kN}$

$V_{a2}^L = V_{a1}^L + V_a = -62 + 139{,}5 = \underline{77{,}5\ kN}$

v bodě d: $V_d^L = V_a^{L2} - Q_2 = 77{,}5 - 62 = \underline{15{,}5\ kN}$

v bodě e: $V_e^L = V_d^L = \underline{15{,}5\ kN}$

v bodě b: $V_{b1}^L = V_e^L - Q_3 = 15{,}5 - 60 = \underline{-44{,}5\ kN}$

$V_{b2}^L = V_{b1}^L + V_b = -44{,}5 + 62{,}5 = \underline{18\ kN}$

v bodě f: $V_f^L = V_{b2}^L = \underline{18\ kN}$

v bodě g: $V_g^L = V_f^L - Q_4 = 18 - 18 = \underline{0}$

Mezi body e a b může být místo nebezpečného průřezu. Přesné místo musíme najít, protože jde o trojúhelníkové zatížení → křivka 2. stupně, je těžší určit místo přesně. Spokojíme se tedy s přibližným místem, které nám pro naše účely stačí.

$X_L = | V_e^L | / f_{d2} = 15{,}5 / 40 = \underline{0{,}3875\ m}$

$X_P = 3 - X_L = 3 - 0{,}3875 = \underline{2{,}6125\ m}$

Místo možného nebezpečného průřezu označíme h.
Určíme náhradní břemeno např. zprava od bodu h do b, které označíme Q_{3P}.

$$f_{dx} / 2{,}6125 = 40/3$$

$$f_{dx} = 40/3 . 2{,}6125 = 34{,}83\ kN/m$$

$Q_{3P} = ½ \cdot f_{dx} \cdot x_P = ½ \cdot 34{,}83 \cdot 2{,}6125 = \underline{45{,}5\ \text{kN}}$

3) <u>Výpočet průběhu ohybových momentů</u>(znaménková konvence $\boxplus$)

- Z bodu c do bodu a je průběh křivka 2. stupně.
- V bodě a dojde ke zlomu, protože zde působí „osamělé břemeno“ (reakce V_a).
- Z bodu a do bodu d je průběh křivka 2. stupně.
- Z bodu d do bodu e je průběh lineární.
- Z bodu e do bodu b je průběh křivka 2. stupně.
- V bodě b dojde ke zlomu, protože zde působí „ osamělé břemeno“ (reakce V_b).
- Z bodu b do bodu f je průběh lineární.
- Z bodu f do bodu g je průběh křivka 2. stupně .

v bodě c: $M_c^L = \underline{0}$

v bodě a: $M_a^L = -Q_1 \cdot 1 = -62 \cdot 1 = \underline{-62\ \text{kNm}}$

v bodě d: $M_d^L = -Q_1 \cdot 3 + V_a \cdot 2 - Q_2 \cdot 1 = -62 \cdot 3 + 139{,}5 \cdot 2 - 62 \cdot 1 = \underline{31\ \text{kNm}}$

v bodě e: $M_e^L = -Q_1 \cdot 4 + V_a \cdot 3 - Q_2 \cdot 2 = -62 \cdot 4 + 139{,}5 \cdot 3 - 62 \cdot 2 = \underline{46{,}5\ \text{kNm}}$

v bodě h: $M_h^P = -Q_4 \cdot 4{,}1125 + V_b \cdot 2{,}6125 - Q_{3P} \cdot 0{,}871 = -18 \cdot 4{,}1125 + 62{,}5 \cdot 2{,}6125 - 45{,}5 \cdot 0{,}871 = \underline{49{,}626\ \text{kNm}}$

v bodě b: $M_b^P = -Q_4 \cdot 1{,}5 = -18 \cdot 1{,}5 = \underline{-27\ \text{kNm}}$

v bodě f: $M_f^P = -Q_4 \cdot 0{,}5 = -18 \cdot 0{,}5 = \underline{-9\ \text{kNm}}$

v bodě g: $M_g^P = \underline{0}$

<u>Poznámka</u>: NEBEZPEČNÝ PRŮŘEZ je v bodě **a**, tzn. že ohybový moment má v tomto místě maximální hodnotu o velikosti -62 kNm.