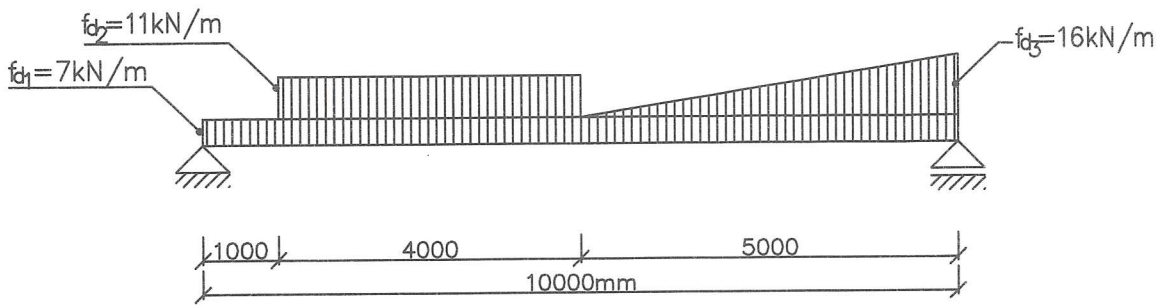
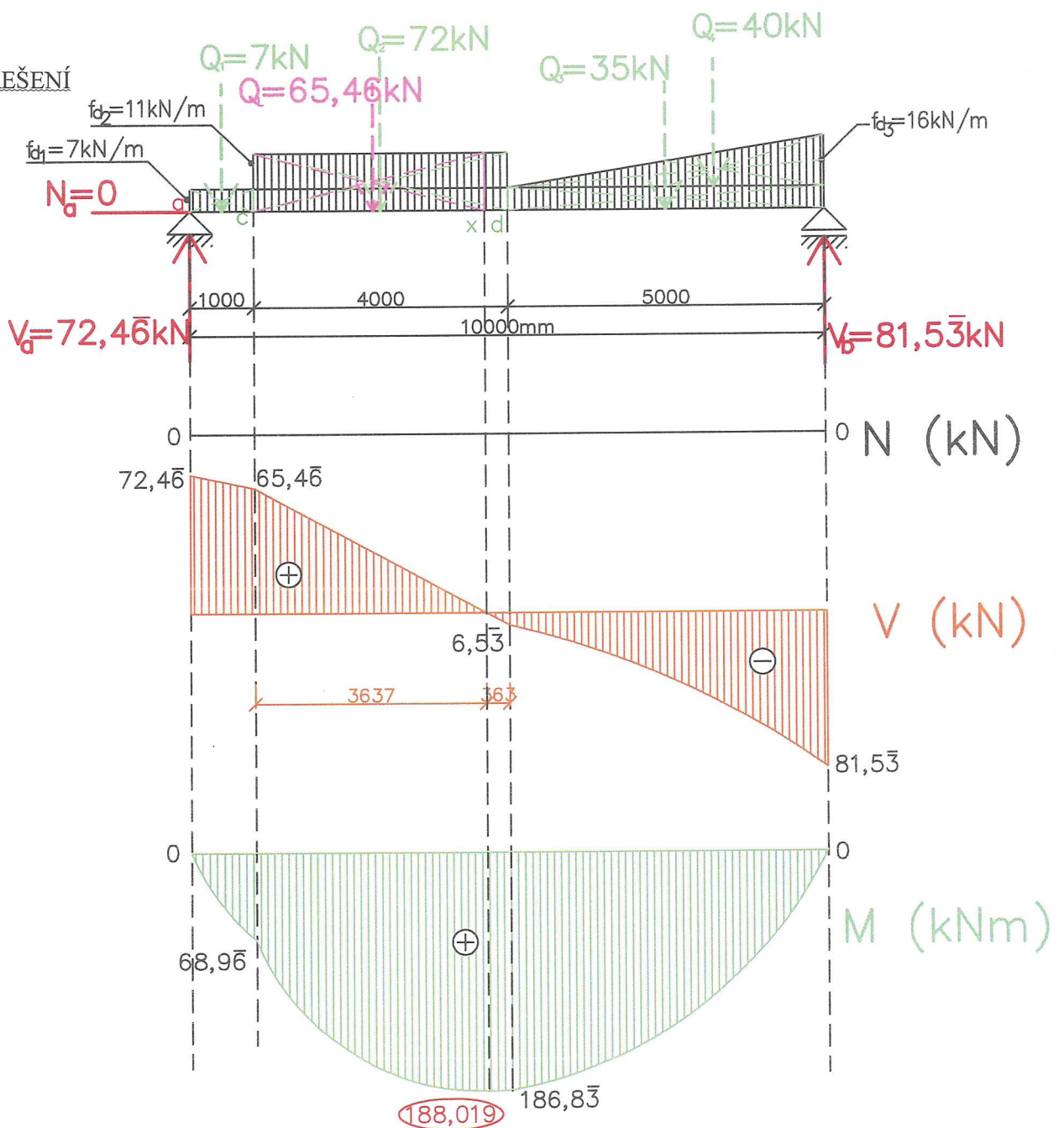


2.1.9 Prostý nosník zatížený různým spojitým zatížením

ZADÁNÍ



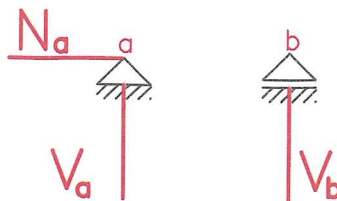
ŘEŠENÍ



POSTUP K ŘEŠENÍ:

A/ VYŘEŠÍME REAKCE

- 1) Označíme podporu **a** a **b**
- 2) Naznačíme průběh reakcí podle typu podpory



- 3) Vypočítáme náhradní břemena

$$Q_1 = f_{d1} \cdot l_1 = 7 \cdot 1 = 7 \text{ kN}$$

$$Q_2 = (f_{d1} + f_{d2}) \cdot l_2 = (7 + 11) \cdot 4 = 72 \text{ kN}$$

$$Q_3 = f_{d1} \cdot l_3 = 7 \cdot 5 = 35 \text{ kN}$$

$$Q_4 = \frac{1}{2} \cdot f_{d3} \cdot l_3 = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 5 = 40 \text{ kN}$$

- 4) Vypočítáme reakce

- a) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy **x** vypočítáme reakci **Na**.

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0 \quad \leftarrow \begin{array}{c} - \\ + \end{array} \rightarrow$$

$$N_a = \underline{0}$$

- b) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu **b** vypočítáme reakci **Va**.

$$\sum_{i=1}^n M_{bi} = 0 \quad \begin{array}{c} + \\ - \end{array}$$

$$V_a \cdot 10 - Q_1 \cdot 9,5 - Q_2 \cdot 7 - Q_3 \cdot 2,5 - Q_4 \cdot 1,6 = 0$$

$$V_a \cdot 10 - 7 \cdot 9,5 - 72 \cdot 7 - 35 \cdot 2,5 - 40 \cdot 1,6 = 0$$

$$V_a \cdot 10 = 724,6$$

$$V_a = \underline{72,46 \text{ kN}} \quad \curvearrowright$$

- c) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy **z** vypočítáme reakci **Vb**.

$$\sum_{i=1}^n F_{zi} = 0 \quad \begin{array}{c} \uparrow + \\ \downarrow - \end{array}$$

$$V_a - Q_1 - Q_2 - Q_3 - Q_4 + V_b = 0$$

$$72,46 - 7 - 72 - 35 - 40 + V_b = 0$$

$$V_b = \underline{81,53 \text{ kN}} \uparrow$$

- d) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu **c** si ověříme, že máme reakce vypočítány správně.

$$\sum_{i=1}^n M_{ci} = 0 \quad \begin{array}{c} + \\ \curvearrowright \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ \curvearrowleft \end{array}$$

$$V_a \cdot 1 - Q_1 \cdot 0,5 + Q_2 \cdot 2 + Q_3 \cdot 6,5 + Q_4 \cdot 7,3 - V_b \cdot 9 = 0$$

$$72,4\bar{6} \cdot 1 - 7 \cdot 0,5 + 72 \cdot 2 + 35 \cdot 6,5 + 40 \cdot 7,3 - 81,5\bar{3} \cdot 9 = 0$$

$$0 = 0 \quad \checkmark$$

B/ VYŘEŠÍME PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL

1) Výpočet průběhu normálových sil (znaménková konvence $\leftarrow \oplus \rightarrow$)

Protože se zde nevyskytují žádné normálové síly, je zde nulový průběh normálových sil.

2) Výpočet průběhu posouvajících sil (znaménková konvence $\uparrow \oplus \downarrow$)

- Průběh od bodu **a** do bodu **c** je lineární (křivka 1.stupně), protože se jedná o úsek mezi začátkem a koncem spojitěho zatížení.

- Průběh od bodu **c** do bodu **d** je lineární (křivka 1.stupně), protože se jedná o úsek mezi začátkem a koncem spojitěho zatížení.

- Průběh od bodu **d** do bodu **b** je křivka 2.stupně, protože se jedná o úsek mezi začátkem a koncem lichoběžníkového spojitěho zatížení.

I zde samozřejmě platí, že v každém bodě, kde se mění velikost spojitěho zatížení, dojde v průběhu posouvajících sil ke zlomu.

v bodě **a**: $V_a^L = V_a = 72,4\bar{6} \text{ kN}$

v bodě **c**: $V_c^L = V_a^L - Q_1 = 72,4\bar{6} - 7 = 65,4\bar{6} \text{ kN}$

v bodě **d**: $V_d^L = V_c^L - Q_2 = 65,4\bar{6} - 72 = -6,5\bar{3} \text{ kN}$

v bodě **b**: $V_b^L = V_d^L - Q_3 - Q_4 = -6,5\bar{3} - 35 - 40 = -81,5\bar{3} \text{ kN}$

Zdá se velmi pravděpodobné, že mezi průřezem **c** a **d** se nachází nebezpečný průřez. Označme toto místo jako **x** a vypočítejme jeho polohu. Vzdálenost můžeme určit buď od bodu **c** (označíme x_L) nebo do bodu **d** (označíme x_P).

Vzdálenost zjistíme tak, když přílehlou posouvající sílu vydělíme velikostí spojitěho rovnoměrného zatížení.

$$x_L = |V_c^L| / (f_{d1} + f_{d2}) = 65,46 / (7 + 11) = 3,63\bar{6} \text{ m}$$

$$x_P = |V_d^L| / (f_{d1} + f_{d2}) = 6,53 / (7 + 11) = 0,3627 \text{ m}$$

kontrola: $x_L + x_P = 4 \text{ m}$

$$3,636 + 0,3627 = 4$$

$$4 = 4 \quad \checkmark$$

Místo nebezpečného průřezu označíme **x**.

Určíme náhradní břemeno např. zleva, tj. spojitěho rovnoměrného zatížení od bodu **c** do **x**, které označíme např. Q_L . To budeme potřebovat pro výpočet maximálního ohybového momentu v nebezpečném průřezu.

$$Q_L = (f_{d1} + f_{d2}) \cdot x_L = (7 + 11) \cdot 3,63\bar{6} = 65,46 \text{ kN}$$

3) Výpočet průběhu ohybových momentů(znaménková konvence )

- V bodě **a** je nulový moment, protože se jedná o konec nosníku.
- Průběh od bodu **a** do bodu **c** je křivka 2. stupně, protože se jedná o úsek mezi začátkem a koncem rovnoměrného spojitého zatížení.
- Průběh od bodu **c** do bodu **d** je křivka 2. stupně, protože se jedná o úsek mezi začátkem a koncem rovnoměrného spojitého zatížení.
- Průběh od bodu **d** do bodu **b** je křivka 3. stupně, protože se jedná o úsek mezi začátkem a koncem trojúhelníkového (resp.lichoběžníkového) spojitého zatížení.
- V bodě **b** je nulový moment, protože se jedná o konec nosníku.

$$\text{v bodě a: } M_a^L = 0$$

$$\text{v bodě c: } M_c^L = V_a \cdot 1 - Q_1 \cdot 0,5 = 72,46 \cdot 1 - 7 \cdot 0,5 = -68,96 \text{ kNm}$$

$$\text{v bodě x: } M_x^L = V_a \cdot 4,636 - Q_1 \cdot 4,136 - Q_x \cdot 1,8183 = 72,46 \cdot 3,636 - 7 \cdot 4,136 - 65,46 \cdot 1,8183 = -188,019 \text{ kNm}$$

$$\text{v bodě d: } M_d^L = V_a \cdot 5 - Q_1 \cdot 4,5 - Q_2 \cdot 2 = 72,46 \cdot 5 - 7 \cdot 4,5 - 72 \cdot 2 = 186,83 \text{ kNm}$$

$$\text{v bodě b: } M_b^P = 0 \text{ kNm}$$

Poznámka: NEBEZPEČNÝ PRŮŘEZ je v bodě **x**, tzn. že ohybový moment má v tomto místě maximální hodnotu o velikosti 188,019 kNm.