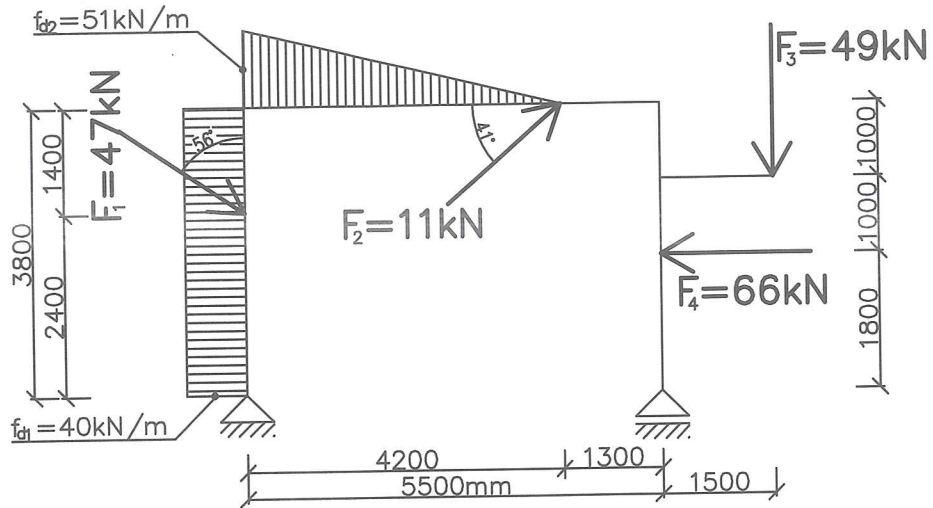
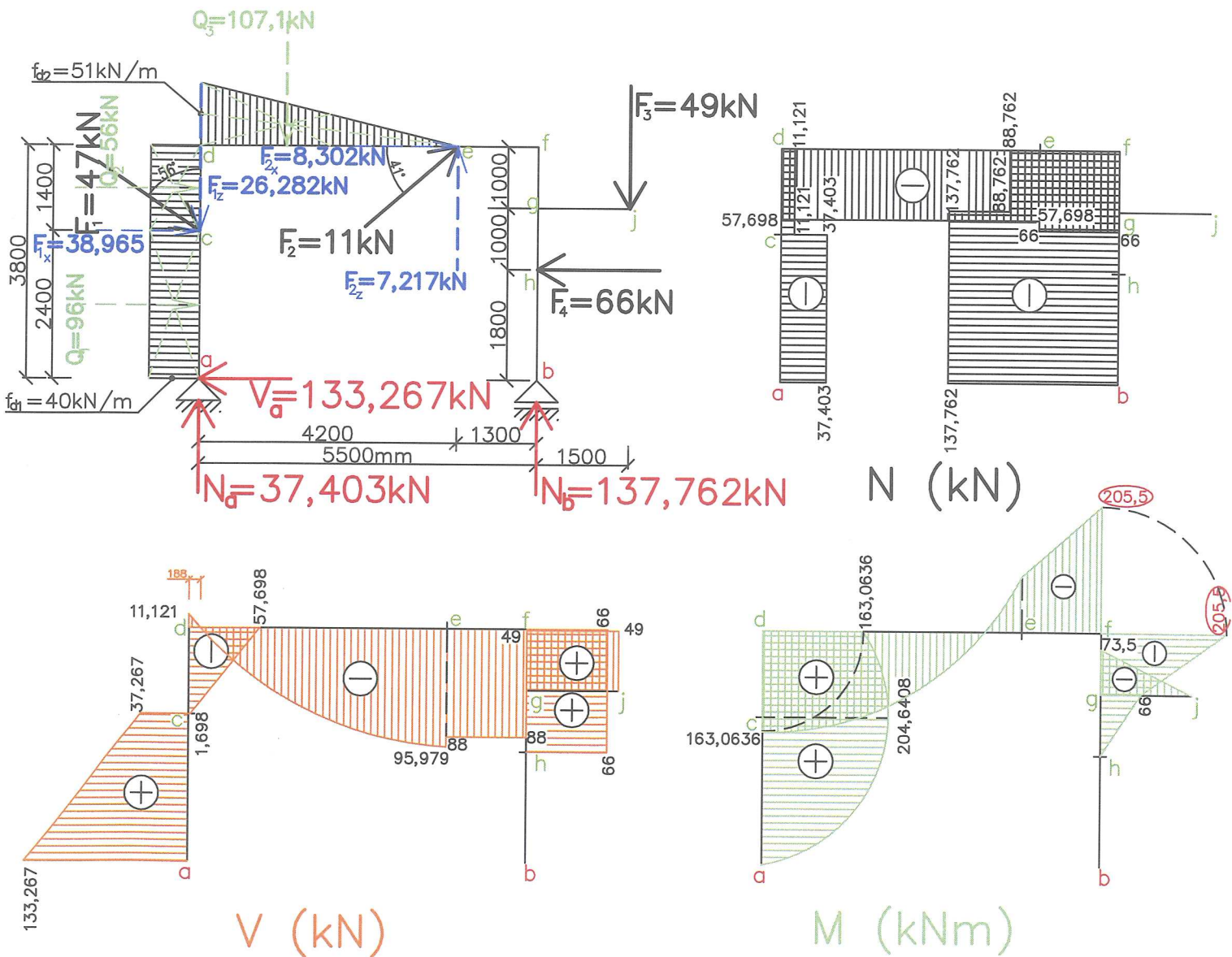


3.3.2 Lomený nosník zatížený kombinovaným zatížením

ZADÁNÍ



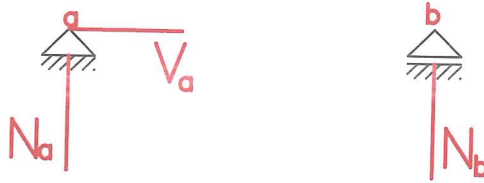
ŘEŠENÍ



POSTUP K ŘEŠENÍ:

A/ VYŘEŠÍME REAKCE

- 1) Označíme podpory **a** a **b** a další zajímavé místa **c, d, e, f, g, h, j**.
- 2) Naznačíme průběh reakcí podle typu podpory



- 3) Rozložení šikmých sil

$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_1 \cdot \sin 56^\circ = 47 \cdot \sin 56^\circ = \underline{38,965 \text{ kN}} \\ F_{1z} &= F_1 \cdot \cos 56^\circ = 47 \cdot \cos 56^\circ = \underline{26,282 \text{ kN}} \\ F_{2x} &= F_2 \cdot \cos 41^\circ = 11 \cdot \cos 41^\circ = \underline{8,302 \text{ kN}} \\ F_{2z} &= F_2 \cdot \sin 41^\circ = 11 \cdot \sin 41^\circ = \underline{7,217 \text{ kN}} \end{aligned}$$

- 4) Vypočítáme náhradní břemena

$$\begin{aligned} Q_1 &= f_{d1} \cdot l_1 = 40 \cdot 2,4 = 96 \text{ kN} \\ Q_2 &= f_{d1} \cdot l_2 = 40 \cdot 1,4 = 56 \text{ kN} \\ Q_3 &= \frac{1}{2} \cdot f_{d2} \cdot l_3 = \frac{1}{2} \cdot 51 \cdot 4,2 = 107,1 \text{ kN} \end{aligned}$$

- 5) Vypočítáme reakce

- a) Pomocí silové podmínky do osy x vypočítáme reakci V_a .

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0 \quad \leftarrow \quad \begin{array}{c} - \\ + \\ \rightarrow \end{array}$$

$$\begin{aligned} V_a + Q_1 + F_{1x} + Q_2 + F_{2x} - F_4 &= 0 \\ V_a + 96 + 38,965 + 56 + 8,302 - 66 &= 0 \\ V_a &= \underline{-133,267 \text{ kN}} \leftarrow \end{aligned}$$

- b) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu **a** vypočítáme reakci N_b .

$$\sum_{i=1}^n M_{ai} = 0 \quad \begin{array}{c} + \\ \curvearrowright \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ \curvearrowleft \end{array}$$

$$\begin{aligned} Q_1 \cdot 1,2 + F_{1x} \cdot 2,4 + Q_2 \cdot 3,1 + Q_3 \cdot 1,4 + F_{2x} \cdot 3,8 - F_{2z} \cdot 4,2 + F_3 \cdot 7 - F_4 \cdot 1,8 + N_b \cdot 5,5 &= 0 \\ 96 \cdot 1,2 + 38,965 \cdot 2,4 + 56 \cdot 3,1 + 107,1 \cdot 1,4 + 8,302 \cdot 3,8 - 7,217 \cdot 4,2 + 49 \cdot 7 - 66 \cdot 1,8 + \\ + N_b \cdot 5,5 &= 0 \\ N_b \cdot 5,5 &= -757,6922 \\ N_b &= \underline{-137,762 \text{ kN}} \quad \curvearrowleft \end{aligned}$$

- c) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu **b** vypočítáme reakci N_a .

$$\sum_{i=1}^n M_{bi} = 0 \quad \begin{array}{c} + \\ \curvearrowright \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ \curvearrowleft \end{array}$$

$$\begin{aligned} N_a \cdot 5,5 + Q_1 \cdot 1,2 + F_{1x} \cdot 2,4 + Q_2 \cdot 3,1 - F_{1z} \cdot 5,5 - Q_3 \cdot 4,1 + F_{2x} \cdot 3,8 + F_{2z} \cdot 1,3 + F_3 \cdot 1,5 \\ - F_4 \cdot 1,8 &= 0 \end{aligned}$$

$$N_a \cdot 5,5 + 96 \cdot 1,2 + 38,965 \cdot 2,4 + 56 \cdot 3,1 - 26,282 \cdot 5,5 - 107,1 \cdot 4,1 + 8,302 \cdot 3,8 + 7,217 \cdot 1,3 + 49 \cdot 1,5 - 66 \cdot 1,8 = 0$$

$$N_a \cdot 5,5 = 205,7153$$

$$N_a = \underline{\underline{37,403 \text{ kN}}} \quad \curvearrowright$$

d) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy z si ověříme, že máme reakce vypočítány správně.

$$\sum_{i=1}^n F_{zi} = 0$$

$$N_a - F_{1z} - Q_3 + F_{2z} - F_3 + N_b = 0$$

$$37,403 - 26,282 - 107,1 + 7,217 - 49 + 137,762 = 0$$

$$0 = 0 \quad \checkmark$$

B/ VYŘEŠÍME PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL

1) Průběh normálových sil na nosníku (znaménková konvence $\leftarrow \oplus \rightarrow$)

!Podélná osa nosníku se po délce mění a tím se mění i vnímání normálových sil!

- Průběh od bodu **a** do bodu **d** je konstantní, protože jde o průběh mezi „osamělými“ břemeny, přičemž v bodě **c** se mění skokem o velikost síly F_{1z} .
- Průběh od bodu **d** do bodu **f** je konstantní, protože jde o průběh mezi „osamělými“ břemeny, přičemž v bodě **e** se mění skokem o velikost síly F_{2x} .
- Průběh od bodu **b** do bodu **f** je konstantní, protože jde o průběh mezi „osamělými“ břemeny, přičemž v bodě **g** se mění skokem o velikost síly F_3 .
- Průběh od bodu **j** do bodu **g** je nulový, protože zde nepůsobí žádná normálová síla.

LEVÉ SVISLÉ RAMENO:

v bodě **a**: $N_a^L = -N_a = \underline{\underline{-37,403 \text{ kN}}}$

v bodě **c**: $N_c^L = N_a^L = \underline{\underline{-37,403 \text{ kN}}}$

$$N_c^{L'} = N_c^L + F_{1z} = -37,403 + 26,282 = \underline{\underline{-11,121 \text{ kN}}}$$

v bodě **d**: $N_d^L = N_c^{L'} = \underline{\underline{-11,121 \text{ kN}}}$

VODOROVNÉ RAMENO:

v bodě **d**: $N_d^L = V_a - Q_1 - F_{1x} - Q_2 = 133,267 - 96 - 38,965 - 56 = \underline{\underline{-57,698 \text{ kN}}}$

v bodě **e**: $N_e^L = N_d^L = \underline{\underline{-57,698 \text{ kN}}}$

$$N_e^{L'} = N_e^L - F_{2x} = -57,698 - 8,302 = \underline{\underline{-66 \text{ kN}}}$$

v bodě **f**: $N_f^L = N_e^{L'} = \underline{\underline{-66 \text{ kN}}}$

PRAVÉ SVISLÉ RAMENO:

v bodě **b**: $N_b^P = -N_b = \underline{\underline{-137,762 \text{ kN}}}$

v bodě **h**: $N_h^P = N_b^P = \underline{\underline{-137,762 \text{ kN}}}$

v bodě **g**: $N_g^P = N_h^P = \underline{\underline{-137,762 \text{ kN}}}$

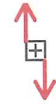
$$N_g^{P'} = N_g^P + F_3 = -137,762 + 49 = \underline{\underline{-88,762 \text{ kN}}}$$

v bodě **f**: $N_f^P = N_g^{P'} = \underline{\underline{-88,762 \text{ kN}}}$

KONZOLA:

v bodě **j**: $N_j^P = \underline{\underline{0}}$

v bodě **g**: $N_g^P = N_j^P = \underline{\underline{0}}$



- 2) Průběh posouvajících sil na nosníku (znaménková konvence)
- !Podélná osa nosníku se mění po délce a tím se mění vnímání posouvajících sil!
- Průběh od bodu **a** do bodu **c** je lineární (křivka 1°), protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení.
 - V bodě **c** dojde ke skoku, průběh se mění o velikost síly F_{1x} .
 - Průběh od bodu **c** do bodu **d** je lineární (křivka 1°), protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení.
 - Průběh od bodu **d** do bodu **e** je křivka 2°, protože jde o průběh mezi začátkem a koncem trojúhelníkového spojitěho zatížení.
 - V bodě **e** dojde ke skoku, průběh se mění o velikost síly F_{2z} .
 - Průběh od bodu **e** do bodu **f** je konstantní, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny.
 - Průběh od bodu **f** do bodu **g** je konstantní, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny. Stejně tak průběh mezi body **g** a **h**.
 - Průběh od bodu **h** do bodu **b** je nulový, protože tam nepůsobí žádná posouvající síla.
 - Průběh od bodu **j** do bodu **g** je konstantní, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny.

LEVÉ SVISLÉ RAMENO:

v bodě **a**: $V_a^L = V_a = \underline{133,267 \text{ kN}}$

v bodě **c**: $V_c^L = V_a^L - Q_1 = 133,267 - 96 = \underline{37,267 \text{ kN}}$

$$V_c^{L'} = V_c^L - F_{1x} = 37,267 - 38,965 = \underline{-1,698 \text{ kN}}$$

v bodě **d**: $V_d^L = V_c^{L'} - Q_2 = -1,698 - 56 = \underline{-57,698 \text{ kN}}$

VODOROVNÉ RAMENO:

v bodě **f**: $V_f^P = -N_b + F_3 = -137,762 + 49 = \underline{-88,762 \text{ kN}}$

v bodě **e**: $V_e^P = V_f^P = \underline{-88,762 \text{ kN}}$

$$V_e^{P'} = V_e^P - F_{2z} = -88,762 - 7,217 = \underline{-95,979 \text{ kN}}$$

v bodě **d**: $V_d^P = V_e^{P'} + Q_3 = -95,979 + 107,1 = \underline{11,121 \text{ kN}}$

PRAVÉ SVISLÉ RAMENO:

v bodě **b**: $V_b^P = \underline{0}$

v bodě **h**: $V_h^P = V_b^P + F_4 = \underline{66 \text{ kN}}$

v bodě **g**: $V_g^P = V_h^P = \underline{66 \text{ kN}}$

v bodě **f**: $V_f^P = V_g^P = \underline{66 \text{ kN}}$

KONZOLA:

v bodě **j**: $V_j^P = F_3 = \underline{49 \text{ kN}}$

v bodě **g**: $V_g^P = V_j^P = \underline{49 \text{ kN}}$



- 3) Průběh ohybových momentů na nosníku (znaménková konvence)
- Průběh od bodu **a** do bodu **c** je křivka 2°, protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení. V bodě **c** bude zlom.
 - Průběh od bodu **c** do bodu **d** křivka 2°, protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení.
 - Průběh od bodu **d** do bodu **e** je křivka 3°, protože jde o průběh mezi začátkem a koncem trojúhelníkového spojitěho zatížení. V bodě **e** bude zlom.

- Průběh od bodu e do bodu f je lineární, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny.
- Průběh od bodu f do bodu g je lineární, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny. Stejně tak průběh mezi body g a h.
- Průběh od bodu h do bodu b je nulový, protože tam nepůsobí moment od žádné síly.
- Průběh od bodu j do bodu g je lineární, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny.

v bodě a: $M_a^P = 0$

v bodě c: $M_c^L = V_a \cdot 2,4 - Q_1 \cdot 1,2 = 133,267 \cdot 2,4 - 96 \cdot 1,2 = 204,6408 \text{ kNm}$

v bodě d: $M_d^L = V_a \cdot 3,8 - Q_1 \cdot 2,6 - F_{ix} \cdot 1,4 - Q_2 \cdot 0,7 = 133,267 \cdot 3,8 - 96 \cdot 2,6 - 38,965 \cdot 1,4 - 56 \cdot 0,7 = 163,0636 \text{ kNm}$

v bodě e: $M_e^P = N_b \cdot 1,3 - F_4 \cdot 2 - F_3 \cdot 2,8 = 137,762 \cdot 1,3 - 66 \cdot 2 - 49 \cdot 2,8 = -90,1094 \text{ kNm}$

v bodě f: $M_f^P = -F_4 \cdot 2 - F_3 \cdot 1,5 = -66 \cdot 2 - 49 \cdot 1,5 = -205,5 \text{ kNm}$

v bodě g: $M_g^P = -F_4 \cdot 1 = -66 \cdot 1 = -66 \text{ kNm}$

v bodě h: $M_h^P = 0$

v bodě b: $M_b^P = 0$

v bodě j: $M_j^P = 0$

Poznámka: NEBEZPEČNÝ PRŮŘEZ je v bodě f, kde je maximální ohybový moment o velikosti 205,5 kNm.