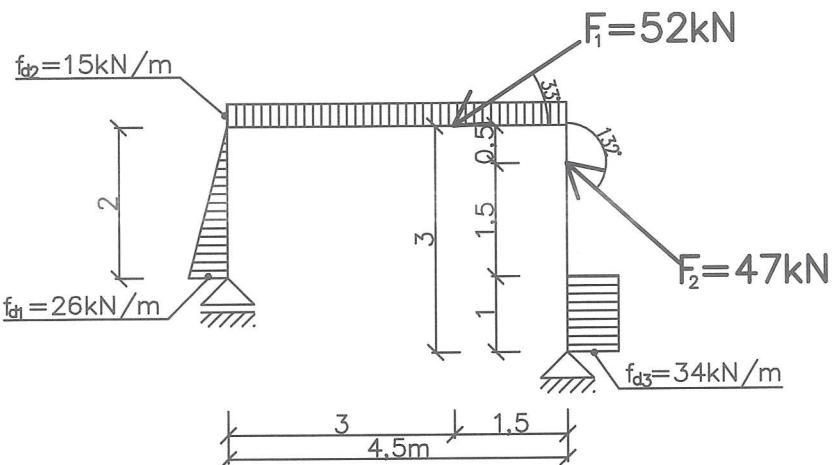
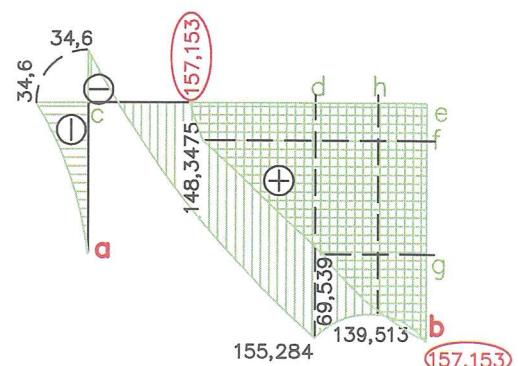
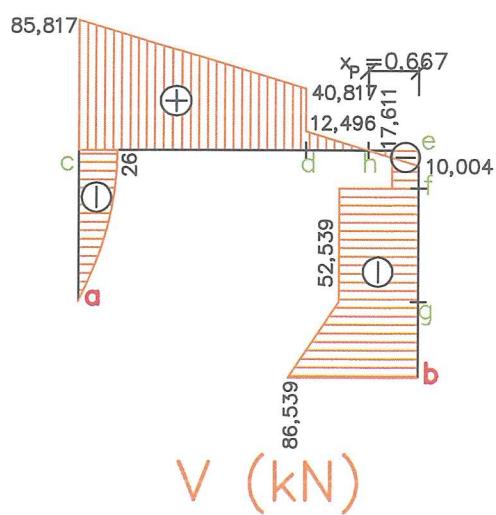
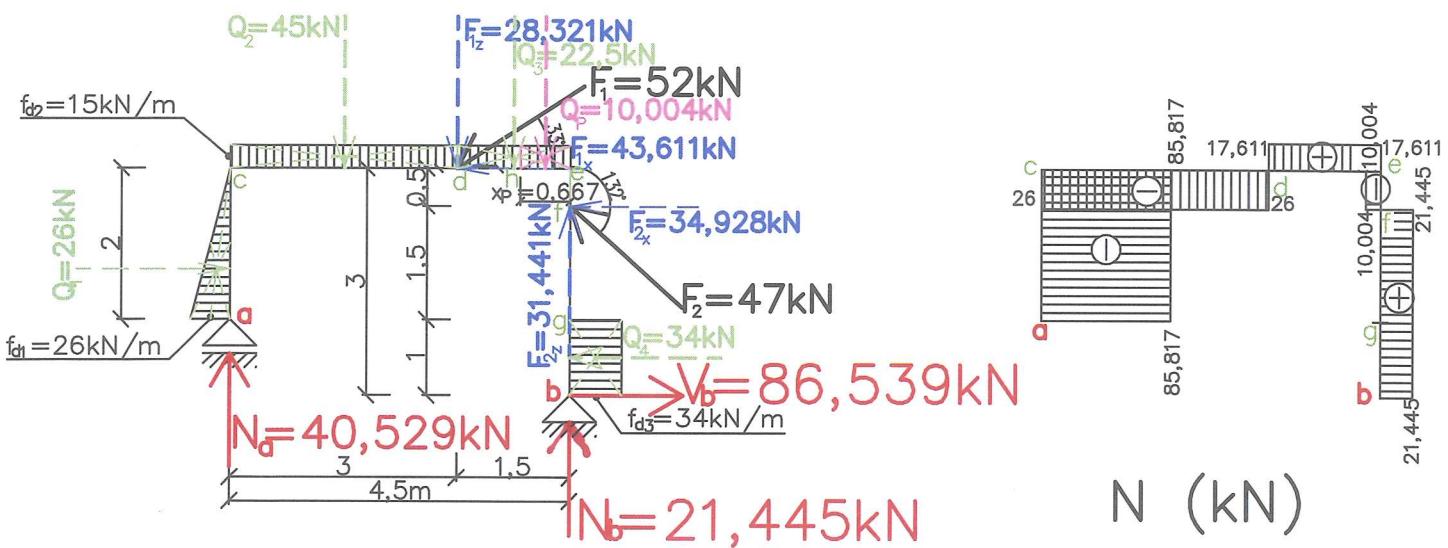


3.3.3 Lomený nosník zatížený kombinovaným zatížením

ZADÁNÍ



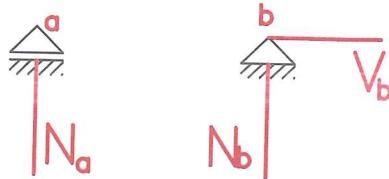
ŘEŠENÍ



POSTUP K ŘEŠENÍ:

A/ VYŘEŠÍME REAKCE

- 1) Označíme podpory **a** a **b** a další zajímavé místa **c, d, e, f, g.**
- 2) Naznačíme průběh reakcí podle typu podpory



- 3) Rozložení šikmých sil

$$\begin{aligned}
 F_1 &\quad F_{1x} = F_1 \cdot \cos 33^\circ = 52 \cdot \cos 33^\circ = 43,611 \text{ kN} \\
 &\quad F_{1z} = F_1 \cdot \sin 33^\circ = 52 \cdot \sin 33^\circ = 28,321 \text{ kN} \\
 F_2 &\quad F_{2x} = F_2 \cdot \sin 48^\circ = 47 \cdot \sin 48^\circ = 34,928 \text{ kN} \\
 &\quad F_{2z} = F_2 \cdot \cos 48^\circ = 47 \cdot \cos 48^\circ = 31,449 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

- 4) Vypočítáme náhradní břemena

$$Q_1 = \frac{1}{2} \cdot f_{d1} \cdot l_1 = \frac{1}{2} \cdot 26 \cdot 2 = 26 \text{ kN}$$

$$Q_2 = f_{d2} \cdot l_2 = 15 \cdot 3 = 45 \text{ kN}$$

$$Q_3 = f_{d2} \cdot l_3 = 15 \cdot 1,5 = 22,5 \text{ kN}$$

$$Q_4 = f_{d3} \cdot l_4 = 34 \cdot 1 = 34 \text{ kN}$$

- 5) Vypočítáme reakce

a) Pomocí silové podmínky do osy x vypočítáme reakci **V_b**.

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0 \iff
 \begin{aligned}
 Q_1 - F_{1x} - F_{2x} - Q_4 + V_b &= 0 \\
 26 - 43,611 - 34,928 - 34 + V_b &= 0 \\
 V_b &= 86,539 \text{ kN} \rightarrow
 \end{aligned}$$

b) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu **a** vypočítáme reakci **N_b**.

$$\sum_{i=1}^n M_{ai} = 0 \quad \begin{array}{c} + \\ \curvearrowright \\ - \end{array} \quad
 \begin{aligned}
 Q_1 \cdot 0,6 + Q_2 \cdot 1,5 + F_{1z} \cdot 3 - F_{1x} \cdot 2 + Q_3 \cdot 3,75 - F_{2x} \cdot 1,5 - F_{2z} \cdot 4,5 + Q_4 \cdot 0,5 - V_b \cdot 1 + N_b \cdot 4,5 &= 0 \\
 26 \cdot 0,6 + 45 \cdot 1,5 + 28,321 \cdot 3 - 43,611 \cdot 2 + 22,5 \cdot 3,75 - 34,928 \cdot 1,5 - 31,449 \cdot 4,5 + 34 \cdot 0,5 - 86,539 \cdot 1 + N_b \cdot 4,5 &= 0 \\
 N_b \cdot 4,5 &= 96,502 \\
 N_b &= 21,445 \text{ kN} \quad \curvearrowright
 \end{aligned}$$

c) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu **b** vypočítáme reakci **N_a**.

$$\sum_{i=1}^n M_{bi} = 0 \quad \begin{array}{c} + \\ \curvearrowright \\ - \end{array} \quad
 \begin{aligned}
 N_a \cdot 4,5 + Q_1 \cdot 1,6 - Q_2 \cdot 3 - F_{1z} \cdot 1,5 - F_{1x} \cdot 3 - Q_3 \cdot 0,75 - F_{2x} \cdot 2,5 - Q_4 \cdot 0,5 &= 0
 \end{aligned}$$

$$N_a \cdot 4,5 + 26 \cdot 1,6 - 45 \cdot 3 - 28,321 \cdot 1,5 - 43,611 \cdot 3 - 22,5 \cdot 0,75 - 34,928 \cdot 2,5 - 34 \cdot 0,5 = 0$$

$$N_a \cdot 4,5 = 386,176$$

$$N_a = \underline{85,817 \text{ kN}}$$

d) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy z si ověříme, že máme reakce vypočítány správně.

$$\sum_{i=1}^n F_{zi} = 0$$

+
-
 $N_a - Q_2 - F_{1z} - Q_3 + F_{2z} + N_b = 0$
 $85,817 - 45 - 28,321 - 22,5 + 31,449 - 21,445 = 0$
 $\underline{0 = 0}$ ✓

B/ VYŘEŠÍME PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL

1) Průběh normálových sil na nosníku (znaménková konvence)

!Podélná osa nosníku se po délce mění a tím se mění i vnímání normálových sil!

- Průběh od bodu **a** do bodu **c** je konstantní, protože jde o průběh mezi „osamělými“ břemeny.
- Průběh od bodu **c** do bodu **e** je konstantní, protože jde o průběh mezi „osamělými“ břemeny, přičemž v bodě **d** se mění skokem o velikost síly F_{1x} .
- Průběh od bodu **b** do bodu **e** je konstantní, protože jde o průběh mezi „osamělými“ břemeny, přičemž v bodě **f** se mění skokem o velikost síly F_{2z} .

LEVÉ SVISLÉ RAMENO:

$$\text{v bodě a: } N_a^L = -N_a = \underline{-85,817 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě c: } N_c^L = N_a^L = \underline{-85,817 \text{ kN}}$$

VODOROVNÉ RAMENO:

$$\text{v bodě c: } N_c^L = -Q_1^L = \underline{-26 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě d: } N_d^L = N_c^L = \underline{-26 \text{ kN}}$$

$$N_d^{L'} = N_d^L + F_{1x} = -26 + 43,611 = \underline{17,611 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě e: } N_e^L = N_d^{L'} = \underline{17,611 \text{ kN}}$$

PRAVÉ SVISLÉ RAMENO:

$$\text{v bodě b: } N_b^P = N_b = \underline{21,445 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě g: } N_g^P = N_b^P = \underline{21,445 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě f: } N_f^P = N_g^P = \underline{21,445 \text{ kN}}$$

$$N_f^{P'} = N_f^P - F_{2z} = 21,445 - 31,449 = \underline{-10,004 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě e: } N_e^P = N_f^{P'} = \underline{-10,004 \text{ kN}}$$



2) Průběh posouvajících sil na nosníku (znaménková konvence)

!Podélná osa nosníku se mění po délce a tím se mění vnímání posouvajících sil!

- Průběh od bodu **a** do bodu **c** je křivka 2° , protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitého trojúhelníkového zatížení.
- Průběh od bodu **c** do bodu **d** je lineární (křivka 1°), protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitého rovnoměrného zatížení.
- V bodě **d** dojde ke skoku, průběh se mění o velikost síly F_{1z} .
- Průběh od bodu **d** do bodu **e** je lineární (křivka 1°), protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitého rovnoměrného zatížení.

- Průběh od bodu **e** do bodu **f** je konstantní, protože jde o průběh mezi dvěmi osamělými břemeny.
- V bodě **f** dojde ke skoku, průběh se mění o velikost síly F_{2x} .
- Průběh od bodu **f** do bodu **g** je konstantní, protože jde o průběh mezi dvěmi osamělými břemeny.
- Průběh od bodu **g** do bodu **b** je lineární (křivka 1°), protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitého rovnoměrného zatížení.

LEVÉ SVISLÉ RAMENO:

$$\text{v bodě a: } V_a^L = 0$$

$$\text{v bodě c: } V_c^L = V_a^L - Q_1 = 0 - 26 = -26 \text{ kN}$$

VODOROVNÉ RAMENO:

$$\text{v bodě c: } V_c^L = N_a = 85,817 \text{ kN}$$

$$\text{v bodě d: } V_d^L = V_c^L - Q_2 = 85,817 - 45 = 40,817 \text{ kN}$$

$$V_d^{L'} = V_d^L - F_{1z} = 40,817 - 28,321 = 12,496 \text{ kN}$$

$$\text{v bodě e: } V_e^L = V_d^{L'} - Q_3 = 12,496 - 22,5 = -10,004 \text{ kN}$$

Z průběhu posouvajících sil je možné (i když v tomto případě málo pravděpodobné), že mezi bodem **d** a **e** se bude vyskytovat nebezpečný průřez, proto určíme jeho polohu.

Vzdálenost určíme od bodu **e** a označíme x_P .

$$x_P = |V_e^L| / f_{d2} = 10,004 / 15 = 0,667 \text{ m}$$

Určíme náhradní břemena zprava: $Q_P = f_{d2} \cdot x_P = 15 \cdot 0,667 = 10,004 \text{ kN}$

PRAVÉ SVISLÉ RAMENO:

$$\text{v bodě b: } V_b^P = -V_b = -86,539 \text{ kN}$$

$$\text{v bodě g: } V_g^P = V_b^P + Q_4 = -86,539 + 34 = -52,539 \text{ kN}$$

$$\text{v bodě f: } V_f^P = V_g^P = -52,539 \text{ kN}$$

$$V_f^{P'} = V_f^P + F_{2x} = -52,539 + 34,928 = -17,611 \text{ kN}$$

$$\text{v bodě e: } V_e^P = V_f^{P'} = -17,611 \text{ kN}$$

- 3) Průběh ohýbových momentů na nosníku (znaménková konvence )
- Průběh od bodu **a** do bodu **c** je křivka 3° , protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitého trojúhelníkového zatížení.
 - Průběh od bodu **c** do bodu **d** je křivka 2° , protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitého rovnoměrného zatížení. V bodě **d** je zlom.
 - Průběh od bodu **d** do bodu **e** je křivka 2° , protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitého rovnoměrného zatížení.
 - Průběh od bodu **e** do bodu **f** je lineární (křivka 1°), protože jde o průběh mezi dvěmi osamělými břemeny. V bodě **f** je zlom.
 - Průběh od bodu **f** do bodu **g** je lineární (křivka 1°), protože jde o průběh mezi dvěmi osamělými břemeny. V bodě **g** je zlom.
 - Průběh od bodu **g** do bodu **b** je křivka 2° , protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitého rovnoměrného zatížení.

$$\text{v bodě a: } M_a^P = 0$$

$$\text{v bodě c: } M_c^L = -Q_1 \cdot 1,3 = -26 \cdot 1,3 = -34,6 \text{ kNm}$$

v bodě d: $M_d^L = N_a \cdot 3 - Q_1 \cdot 1,3 - Q_2 \cdot 1,5 = 85,817 \cdot 3 - 26 \cdot 1,3 - 45 \cdot 1,5 = 155,284 \text{ kNm}$

v bodě e: $M_e^P = V_b \cdot 3 - Q_4 \cdot 2,5 - F_{2x} \cdot 0,5 = 86,539 \cdot 3 - 34 \cdot 2,5 - 34,928 \cdot 0,5 = 157,153 \text{ kNm}$

v bodě f: $M_f^P = V_b \cdot 2,5 - Q_4 \cdot 2 = 86,539 \cdot 2,5 - 34 \cdot 2 = 148,3475 \text{ kNm}$

v bodě g: $M_g^P = V_b \cdot 1 - Q_4 \cdot 0,5 = 86,539 \cdot 1 - 34 \cdot 0,5 = 69,539 \text{ kNm}$

v bodě h: $M_h^P = -N_b \cdot 0,667 + V_b \cdot 3 - Q_4 \cdot 2,5 - F_{2x} \cdot 0,5 - Q_p \cdot 0,3335 = -21,445 \cdot 0,667 +$

$86,539 \cdot 3 - 34 \cdot 2,5 - 34,928 \cdot 0,5 - 10,004 \cdot 0,3335 = 139,513 \text{ kNm}$

v bodě b: $M_b^P = 0$

Poznámka: NEBEZPEČNÝ PRŮŘEZ je v bodě e, kde je maximální ohybový moment o velikosti 157,153 kNm.