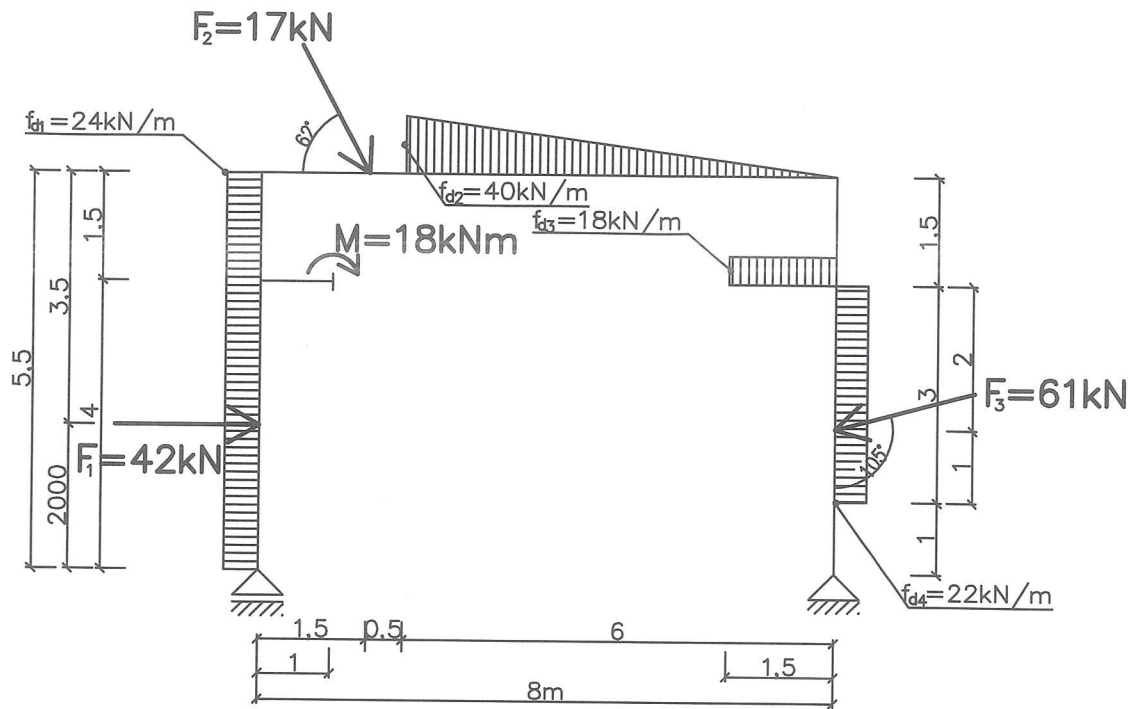
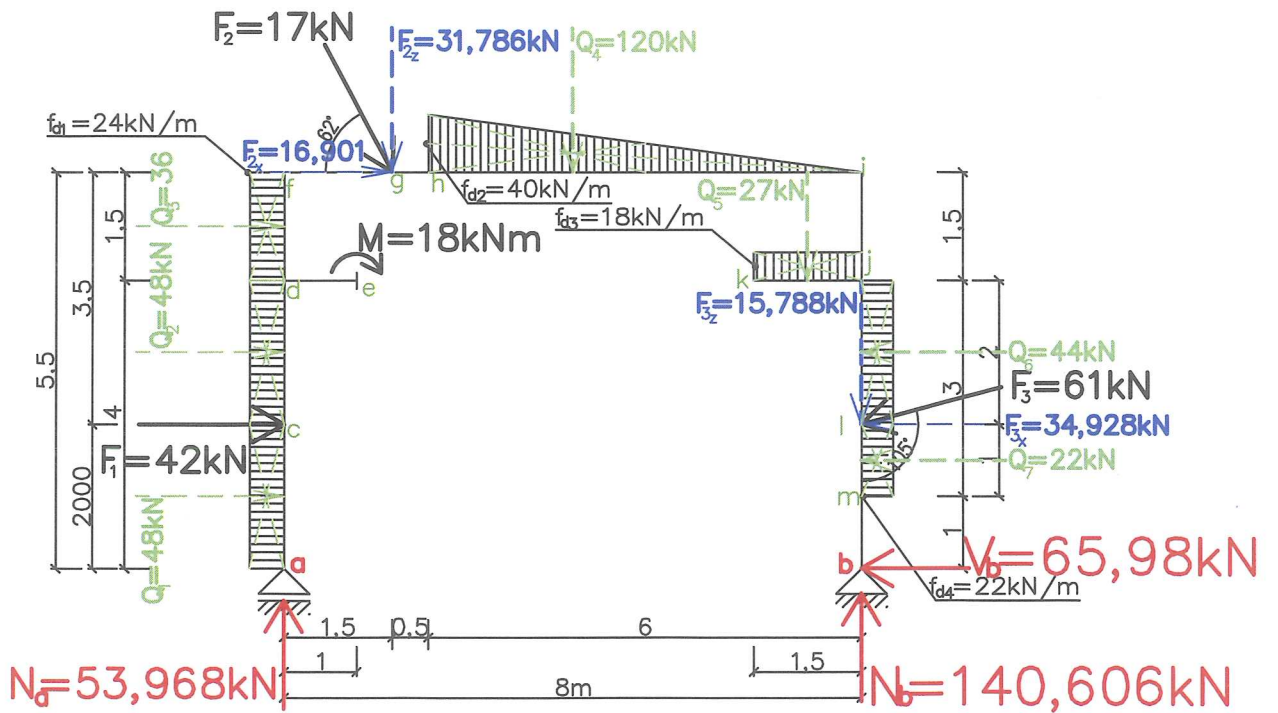


3.3.4 Lomený nosník zatížený kombinovaným zatížením

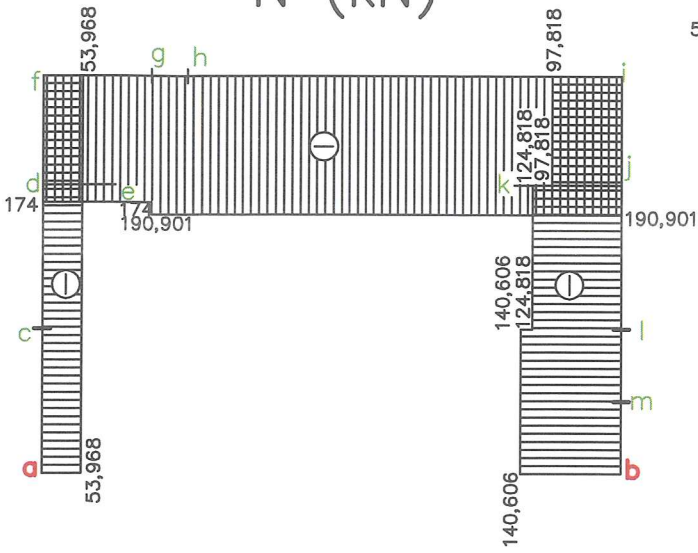
ZADÁNÍ



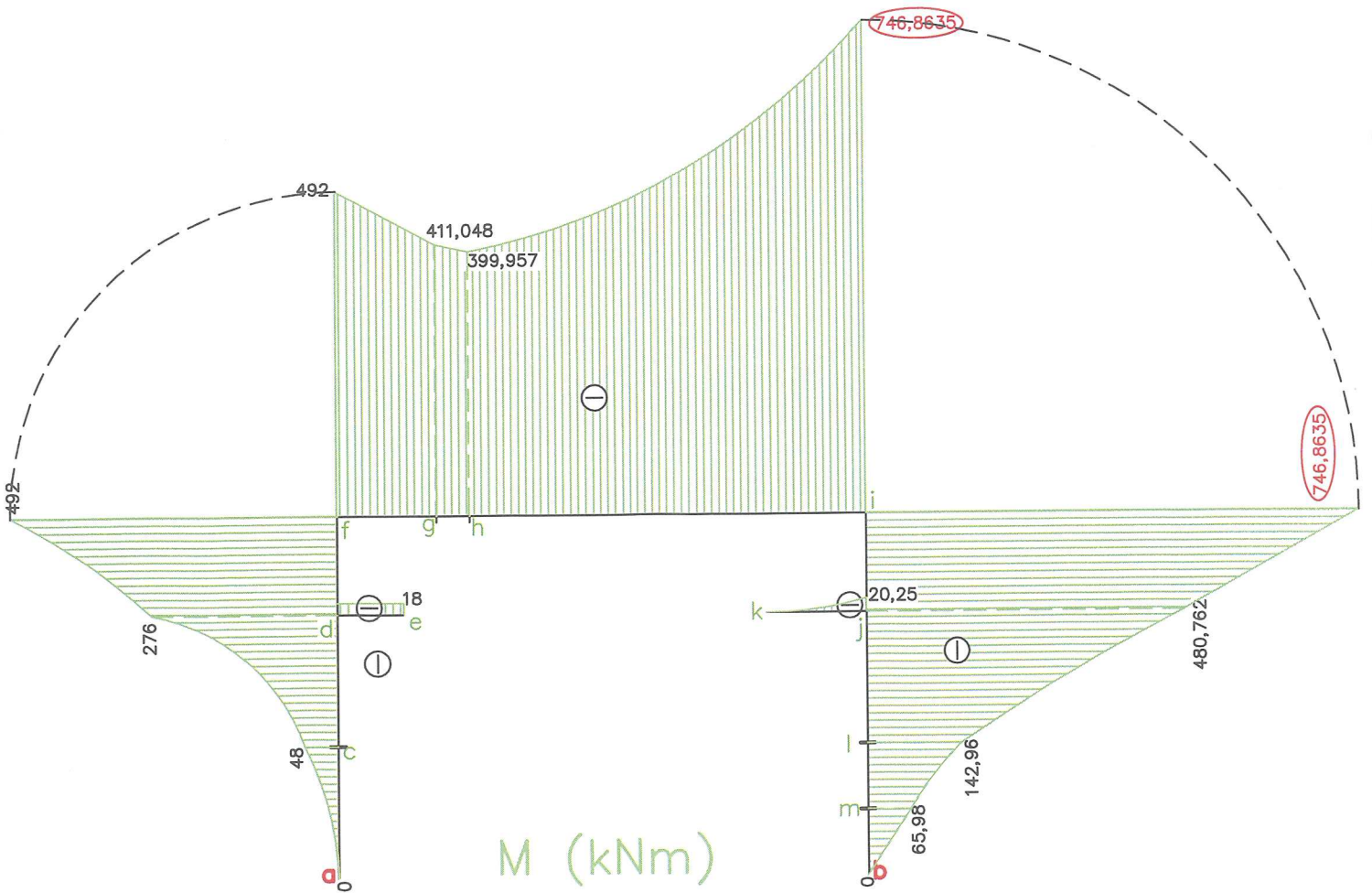
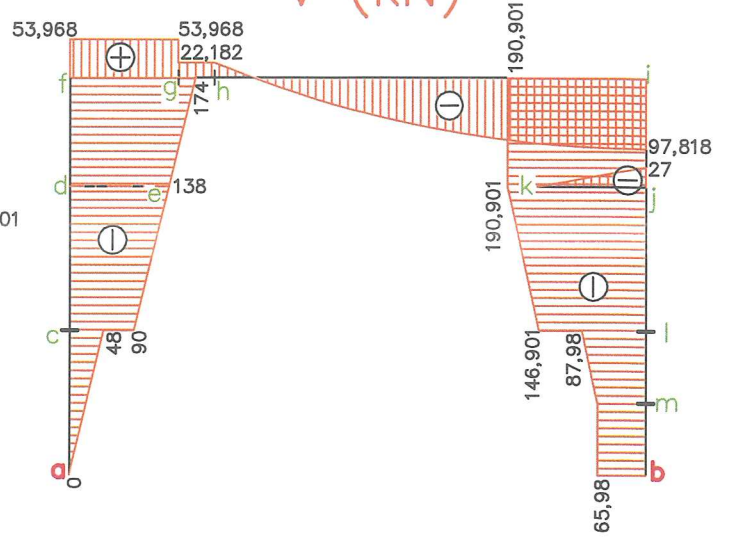
ŘEŠENÍ



N (kN)



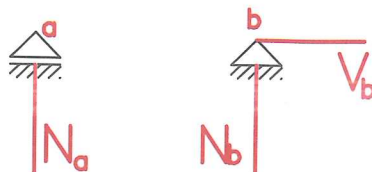
V (kN)



POSTUP K ŘEŠENÍ:

A/ VYŘEŠÍME REAKCE

- 1) Označíme podpory **a** a **b** a další zajímavá místa **c, d, e, f, g, i, j, k, l, m**.
- 2) Naznačíme průběh reakcí podle typu podpory



- 3) Rozložení šikmých sil

$$\begin{aligned} F_2 & \begin{cases} F_{2x} = F_2 \cdot \cos 62^\circ = 36 \cdot \cos 62^\circ = \underline{16,901 \text{ kN}} \\ F_{2z} = F_2 \cdot \sin 62^\circ = 36 \cdot \sin 62^\circ = \underline{31,786 \text{ kN}} \end{cases} \\ F_3 & \begin{cases} F_{3x} = F_3 \cdot \sin 75^\circ = 61 \cdot \sin 75^\circ = \underline{58,921 \text{ kN}} \\ F_{3z} = F_3 \cdot \cos 75^\circ = 61 \cdot \cos 75^\circ = \underline{15,788 \text{ kN}} \end{cases} \end{aligned}$$

- 4) Vypočítáme náhradní břemena

$$\begin{aligned} Q_1 &= f_{d1} \cdot l_1 = 24 \cdot 2 = 48 \text{ kN} \\ Q_2 &= f_{d1} \cdot l_2 = 24 \cdot 2 = 48 \text{ kN} \\ Q_3 &= f_{d1} \cdot l_3 = 24 \cdot 1,5 = 36 \text{ kN} \\ Q_4 &= \frac{1}{2} \cdot f_{d2} \cdot l_4 = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 6 = 120 \text{ kN} \\ Q_5 &= f_{d3} \cdot l_5 = 18 \cdot 1,5 = 27 \text{ kN} \\ Q_6 &= f_{d4} \cdot l_6 = 22 \cdot 2 = 44 \text{ kN} \\ Q_7 &= f_{d4} \cdot l_7 = 22 \cdot 1 = 22 \text{ kN} \end{aligned}$$

- 5) Vypočítáme reakce

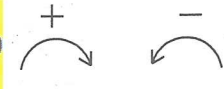
a) Pomocí silové podmínky do osy **x** vypočítáme reakci **V_b**.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n F_{xi} &= 0 \quad \leftarrow \quad \rightarrow \\ Q_1 + F_1 + Q_2 + Q_3 + F_{2x} - Q_6 - F_{3x} - Q_7 + V_b &= 0 \\ 48 + 42 + 48 + 36 + 16,901 - 44 - 58,921 - 22 + V_b &= 0 \\ V_b &= \underline{-65,98 \text{ kN}} \leftarrow \end{aligned}$$

b) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu **a** vypočítáme reakci **N_b**.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n M_{ai} &= 0 \quad \curvearrowright \quad \curvearrowleft \\ Q_1 \cdot 1 + F_1 \cdot 2 + Q_2 \cdot 3 + Q_3 \cdot 4,75 + M + F_{2x} \cdot 5,5 + F_{2z} \cdot 1,5 + Q_4 \cdot 4 + Q_5 \cdot 7,25 - Q_6 \cdot 3 - F_{3x} \cdot 2 + \\ F_{3z} \cdot 8 - Q_7 \cdot 1,5 + N_b \cdot 8 &= 0 \\ 48 \cdot 1 + 42 \cdot 2 + 48 \cdot 3 + 36 \cdot 4,75 + 18 + 16,901 \cdot 5,5 + 31,786 \cdot 1,5 + 120 \cdot 4 + 27 \cdot 7,25 - \\ 44 \cdot 3 - 58,921 \cdot 2 + 15,788 \cdot 8 - 22 \cdot 1,5 + N_b \cdot 8 &= 0 \\ N_b \cdot 8 &= -1124,8465 \\ N_b &= \underline{-140,606 \text{ kN}} \quad \curvearrowright \end{aligned}$$

c) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu **b** vypočítáme reakci N_a .

$$\sum_{i=1}^n M_{bi} = 0$$



$$Q_1 \cdot 1 + F_1 \cdot 2 + Q_2 \cdot 3 + Q_3 \cdot 4,75 + M - F_{2x} \cdot 6,5 - F_{2z} \cdot 6,5 - Q_4 \cdot 4 - Q_5 \cdot 0,75 - Q_6 \cdot 3 - F_{3x} \cdot 2 - Q_7 \cdot 1,5 + N_a \cdot 8 = 0$$

$$48 \cdot 1 + 42 \cdot 2 + 48 \cdot 3 + 36 \cdot 4,75 + 18 + 16,901 \cdot 5,5 - 31,786 \cdot 6,5 - 120 \cdot 4 - 27 \cdot 0,75 - 44 \cdot 3 - 58,921 \cdot 2 - 22 \cdot 1,5 + N_a \cdot 8 = 0$$

$$N_a \cdot 8 = 431,7455$$

$$N_a = \underline{\underline{53,968 \text{ kN}}}$$


d) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy z si ověříme, že máme reakce vypočítány správně.

$$\sum_{i=1}^n F_{zi} = 0$$


$$N_a - F_{2z} - Q_4 - Q_5 - F_{3z} + N_b = 0$$

$$53,968 - 31,786 - 120 - 27 - 15,788 + 140,606 = 0$$

$$0 = 0 \quad \checkmark$$

B/ VYŘEŠÍME PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL

1) Průběh normálových sil na nosníku (znaménková konvence $\leftarrow \boxplus \rightarrow$)

!Podélná osa nosníku se po délce mění a tím se mění i vnímání normálových sil!

- Průběh od bodu **a** do bodu **f** je konstantní, protože jde o průběh mezi „osamělými“ břemeny.
- Průběh od bodu **f** do bodu **g** je konstantní, protože jde o průběh mezi „osamělými“ břemeny, přičemž v bodě **g** se mění skokem o velikost síly F_{2x} .
- Průběh od bodu **g** do bodu **i** je konstantní, protože jde o průběh mezi „osamělými“ břemeny.
- Průběh od bodu **i** do bodu **j** je konstantní, protože jde o průběh mezi „osamělými“ břemeny, přičemž v bodě **j** se mění skokem o velikost síly Q_5 .
- Průběh od bodu **j** do bodu **l** je konstantní, protože jde o průběh mezi „osamělými“ břemeny, přičemž v bodě **l** se mění skokem o velikost síly F_{3z} .
- Průběh od bodu **l** do bodu **b** je konstantní, protože jde o průběh mezi „osamělými“ břemeny.
- Průběh od bodu **d** do bodu **e** je nulový, protože zde nepůsobí žádná normálová síla.
- Průběh od bodu **k** do bodu **j** je nulový, protože zde nepůsobí žádná normálová síla.

LEVÉ SVISLÉ RAMENO:

v bodě **a**: $N_a^L = -N_a = -53,968 \text{ kN}$

v bodě **c**: $N_c^L = N_a^L = -53,968 \text{ kN}$

v bodě **d**: $N_d^L = N_c^L = -53,968 \text{ kN}$

v bodě **f**: $N_f^L = N_d^L = -53,968 \text{ kN}$

LEVÁ KONZOLA:

v bodě **e**: $N_e^P = 0$

v bodě **d**: $N_d^P = N_e^P = 0$

VODOROVNÉ RAMENO:

v bodě **f**: $N_f^L = -Q_1 - F_1 - Q_2 - Q_3 = -48 - 42 - 48 - 36 = -174 \text{ kN}$

v bodě **g**: $N_g^L = N_f^L = -174 \text{ kN}$

$$N_g^{L'} = N_g^L - F_{2x} = -174 - 16,901 = -190,901 \text{ kN}$$

v bodě h: $N_h^L = N_g^{L'} = -190,901 \text{ kN}$

v bodě i: $N_i^L = N_h^L = -190,901 \text{ kN}$

PRAVÉ SVISLÉ RAMENO:

v bodě b: $N_b^P = -N_b = -140,606 \text{ kN}$

v bodě m: $N_m^P = N_b^P = -140,606 \text{ kN}$

v bodě l: $N_l^P = N_m^P = -140,606 \text{ kN}$

$$N_l^{P'} = N_l^P + F_{3z} = -140,606 + 15,788 = -124,818 \text{ kN}$$

v bodě j: $N_j^P = N_l^{P'} = -124,818 \text{ kN}$

$$N_j^{P'} = N_j^P + Q_5 = -124,818 + 27 = -97,818 \text{ kN}$$

v bodě i: $N_i^P = N_j^{P'} = -97,818 \text{ kN}$

PRAVÁ KONZOLA:

v bodě k: $N_k^L = 0$

v bodě j: $N_j^L = N_k^L = 0$



2) Průběh posouvajících sil na nosníku (znaménková konvence)

!Podélná osa nosníku se mění po délce a tím se mění vnímání posouvajících sil!

- Průběh od bodu a do bodu c je lineární (křivka 1°), protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitého rovnoměrného zatížení.
- V bodě c dojde ke skoku, průběh se mění o velikost síly F_1 .
- Průběh od bodu c do bodu f je lineární (křivka 1°), protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitého rovnoměrného zatížení.
- Průběh od bodu f do bodu g je konstantní, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny.
- V bodě g dojde ke skoku, průběh se mění o velikost síly F_{2z} .
- Průběh od bodu g do bodu h je konstantní, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny.
- Průběh od bodu h do bodu i je křivka 2°, protože jde o průběh mezi počátkem a koncem trojúhelníkového zatížení.
- Průběh od bodu i do bodu j je konstantní, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny.
- Průběh od bodu j do bodu l je lineární (křivka 1°), protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitého rovnoměrného zatížení.
- V bodě l dojde ke skoku, průběh se mění o velikost síly F_{3x} .
- Průběh od bodu l do bodu m je lineární (křivka 1°), protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitého rovnoměrného zatížení.
- Průběh od bodu m do bodu b je konstantní, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny.
- Průběh od bodu d do bodu e je nulový, protože zde nepůsobí žádná posouvající síla.
- Průběh od bodu k do bodu j je lineární (křivka 1°), protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitého rovnoměrného zatížení.

LEVÉ SVISLÉ RAMENO:

v bodě a: $V_a^L = 0$

v bodě c: $V_c^L = V_a^L - Q_1 = 0 - 48 = -48 \text{ kN}$

$$V_c^{L'} = V_c^L - F_1 = -48 - 42 = -90 \text{ kN}$$

$$\text{v bodě d: } V_d^L = V_c^{L'} - Q_2 = -90 - 48 = \underline{-138 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě f: } V_f^L = V_d^L - Q_3 = -138 - 36 = \underline{-174 \text{ kN}}$$

LEVÁ KONZOLA:

$$\text{v bodě e: } V_e^P = \underline{0}$$

$$\text{v bodě d: } V_d^P = V_e^P = \underline{0}$$

VODOROVNÉ RAMENO:

$$\text{v bodě f: } V_f^L = N_a = \underline{53,968 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě g: } V_g^L = V_f^L = \underline{53,968 \text{ kN}}$$

$$V_g^{L'} = V_g^L - F_{2z} = 53,968 - 31,786 = \underline{22,182 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě h: } V_h^L = V_g^{L'} = \underline{22,182 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě i: } V_i^L = V_h^L - Q_4 = 22,182 - 120 = \underline{-97,818 \text{ kN}}$$

PRAVÉ SVISLÉ RAMENO:

$$\text{v bodě b: } V_b^P = -V_b = \underline{-65,98 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě m: } V_m^P = V_b^P = \underline{-65,98 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě l: } V_l^P = V_m^P - Q_7 = -65,98 - 22 = \underline{-87,98 \text{ kN}}$$

$$V_l^{P'} = V_l^P - F_{3x} = -87,88 - 58,921 = \underline{-146,901 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě j: } V_j^P = V_l^{P'} - Q_6 = -146,901 - 44 = \underline{-190,901 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě i: } V_i^P = V_j^P = \underline{-190,901 \text{ kN}}$$

PRAVÁ KONZOLA:

$$\text{v bodě k: } V_k^L = \underline{0}$$

$$\text{v bodě j: } V_j^L = N_k^L - Q_5 = 0 - 27 = \underline{-27 \text{ kN}}$$

3) Průběh ohybových momentů na nosníku (znaménková konvence )

- Průběh od bodu a do bodu c je křivka 2°, protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení. V bodě c je zlom.
- Průběh od bodu c do bodu d je křivka 2°, protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení.
- Průběh od bodu d do bodu f je křivka 2°, protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení.
- Průběh od bodu f do bodu g je lineární, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny. V bodě g je zlom.
- Průběh od bodu g do bodu h je lineární, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny. V bodě h je zlom.
- Průběh od bodu h do bodu i je křivka 3°, protože jde o průběh mezi počátkem a koncem trojúhelníkového zatížení.
- Průběh od bodu i do bodu j je lineární, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny. V bodě j je zlom.
- Průběh od bodu j do bodu l je křivka 2°, protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení. V bodě l je zlom.
- Průběh od bodu l do bodu m je křivka 2°, protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení. V bodě m je zlom.
- Průběh od bodu m do bodu b je lineární, protože jde o průběh mezi dvěma osamělými břemeny.
- Průběh od bodu d do bodu e je konstantní, protože zde působí ohybový moment.
- Průběh od bodu k do bodu j křivka 2°, protože jde o průběh mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení.

v bodě a: $M_a^P = 0$

v bodě c: $M_c^L = -Q_1 \cdot 1 = -48 \cdot 1 = -48 \text{ kNm}$

v bodě d: $M_d^L = -Q_1 \cdot 3 - F_1 \cdot 2 - Q_2 \cdot 1 = -48 \cdot 3 - 42 \cdot 2 - 48 \cdot 1 = -276 \text{ kNm}$

v bodě f: $M_f^L = -Q_1 \cdot 4,5 - F_1 \cdot 3,5 - Q_2 \cdot 2,5 - Q_3 \cdot 0,75 + M = -48 \cdot 4,5 - 42 \cdot 3,5 - 48 \cdot 2,5 - 36 \cdot 0,75 + 18 = -492 \text{ kNm}$

v bodě g: $M_g^L = N_a \cdot 1,5 - Q_1 \cdot 4,5 - F_1 \cdot 3,5 - Q_2 \cdot 2,5 - Q_3 \cdot 0,75 + M = 53,968 \cdot 1,5 - 48 \cdot 4,5 - 42 \cdot 3,5 - 48 \cdot 2,5 - 36 \cdot 0,75 + 18 = -411,058 \text{ kNm}$

v bodě h: $M_h^L = N_a \cdot 2 - Q_1 \cdot 4,5 - F_1 \cdot 3,5 - Q_2 \cdot 2,5 - Q_3 \cdot 0,75 + M - F_{2z} \cdot 0,5 = 53,968 \cdot 2 - 48 \cdot 4,5 - 42 \cdot 3,5 - 48 \cdot 2,5 - 36 \cdot 0,75 + 18 - 31,786 \cdot 0,5 = -399,957 \text{ kNm}$

v bodě i: $M_i^P = -V_b \cdot 5,5 - Q_7 \cdot 4 - F_{3x} \cdot 3,5 - Q_6 \cdot 2,5 + Q_5 \cdot 0,75 = -65,98 \cdot 5,5 - 22 \cdot 4 - 58,921 \cdot 3,5 - 44 \cdot 2,5 + 27 \cdot 0,75 = -746,8635 \text{ kNm}$

v bodě j: $M_j^P = -V_b \cdot 4 - Q_7 \cdot 2,5 - F_{3x} \cdot 2 - Q_6 \cdot 1 = -65,98 \cdot 4 - 22 \cdot 2,5 - 58,921 \cdot 2 - 44 \cdot 1 = -480,762 \text{ kNm}$

v bodě l: $M_l^P = -V_b \cdot 2 - Q_7 \cdot 0,5 = -65,98 \cdot 2 - 22 \cdot 0,5 = -142,96 \text{ kNm}$

v bodě m: $M_m^P = -V_b \cdot 1 = -65,98 \cdot 1 = -65,98 \text{ kNm}$

v bodě b: $M_b^P = 0$

LEVÁ KONZOLA:

v bodě e: $M_e^P = -M = -18 \text{ kNm}$

PRAVÁ KONZOLA:

v bodě k: $M_k^L = 0$

v bodě j: $M_j^L = -Q_5 \cdot 0,75 = -27 \cdot 0,75 = -20,25 \text{ kNm}$

Poznámka: NEBEZPEČNÝ PRŮŘEZ je v bodě i, kde je maximální ohybový moment o velikosti $-746,8635 \text{ kNm}$.