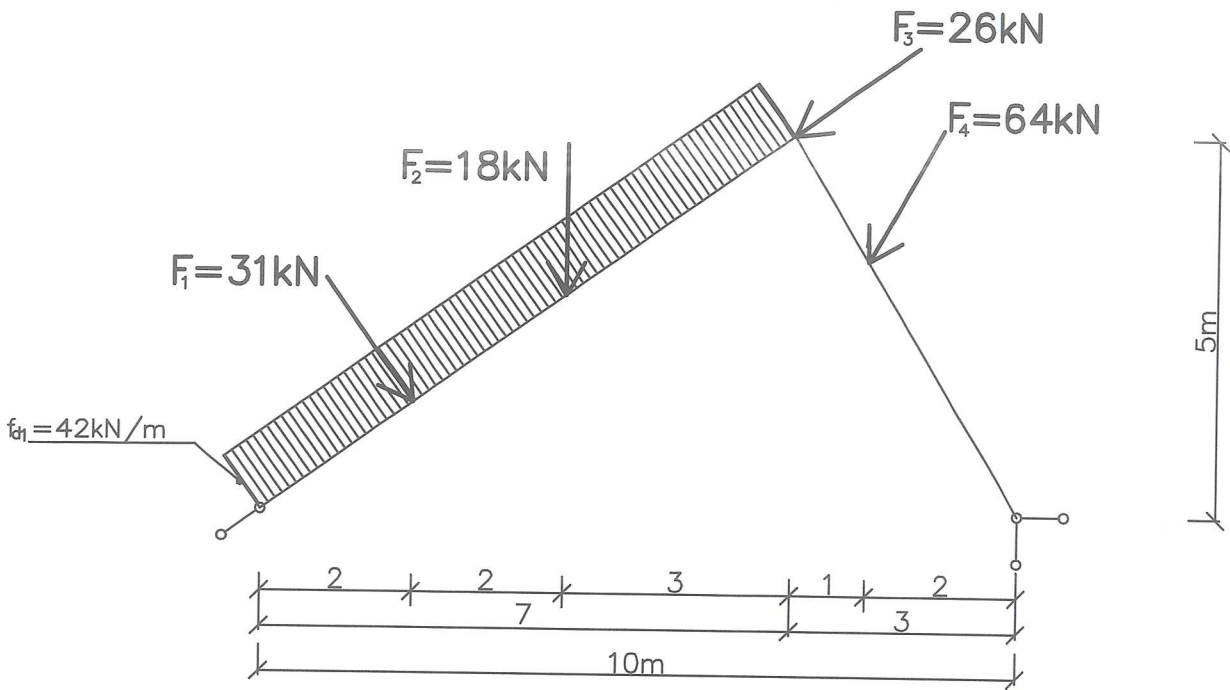
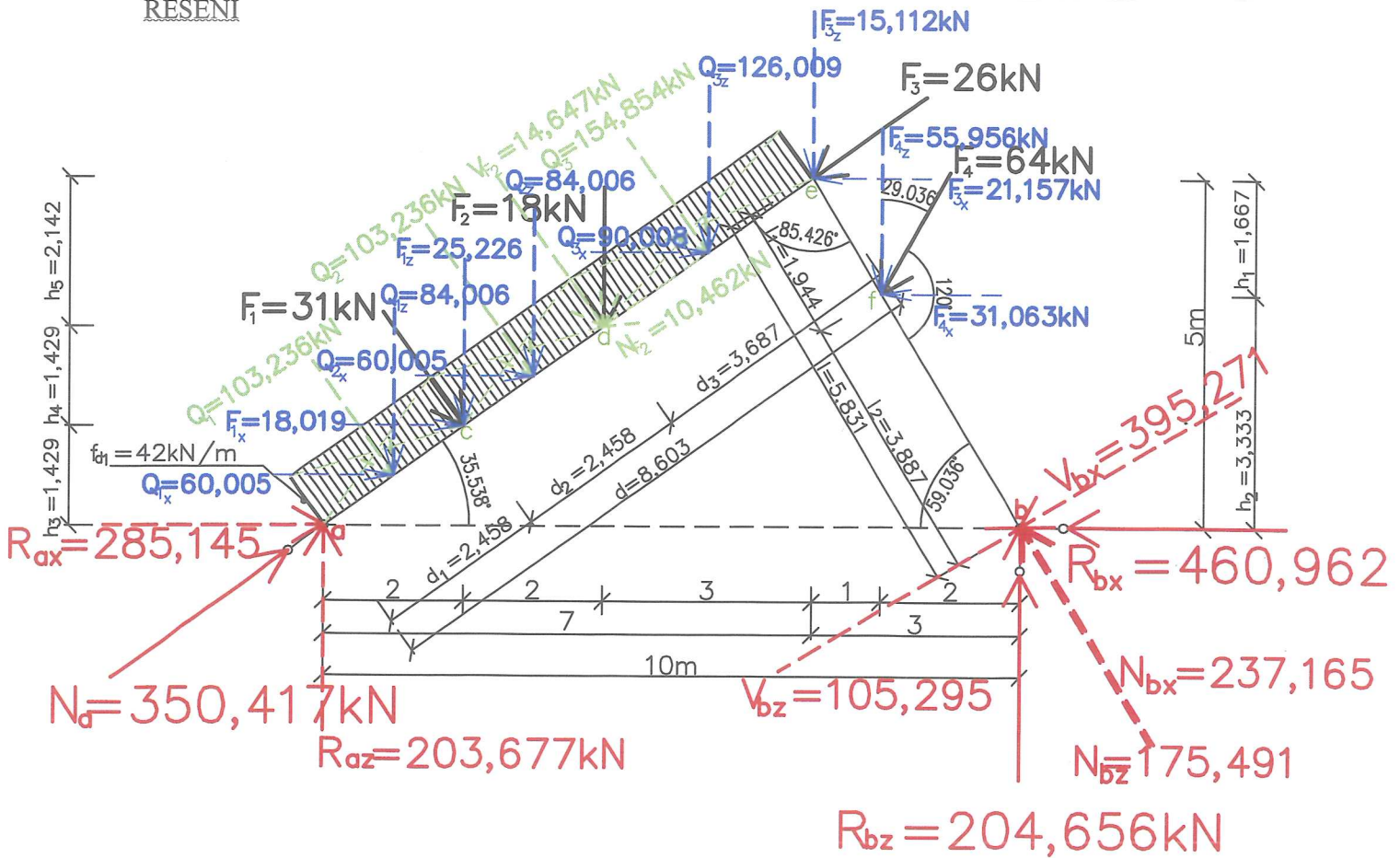


3.4.2 Šikmý nosník zatížený kombinovaným zatížením

ZADÁNÍ

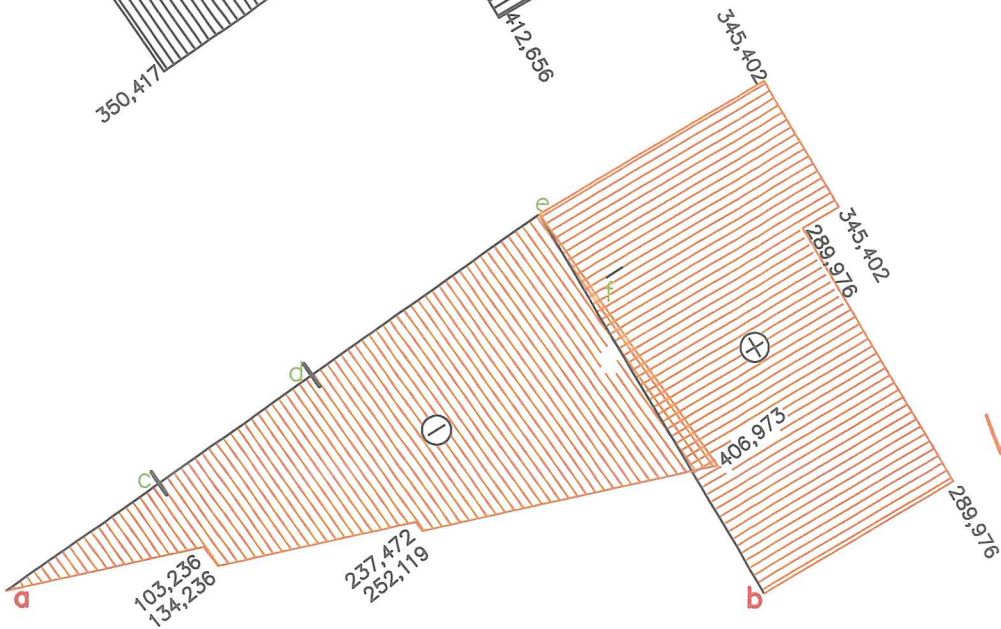


ŘEŠENÍ

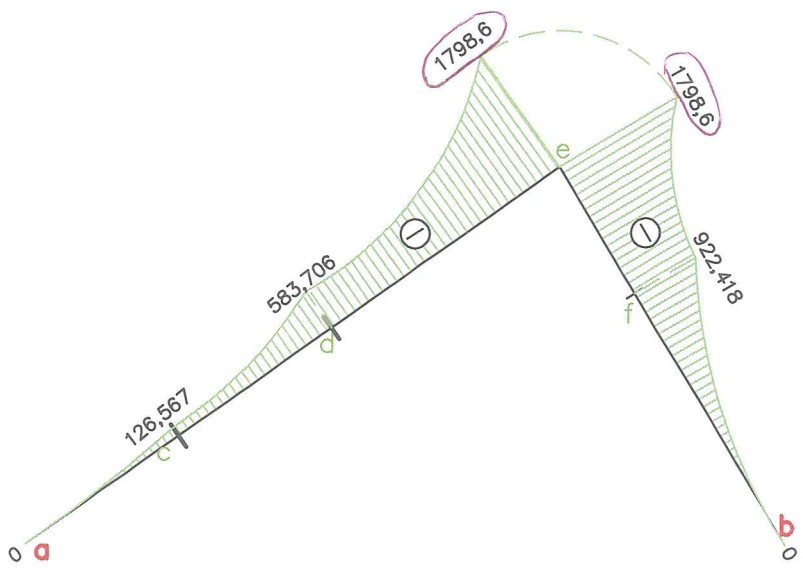




N (kN)



V (kN)



M (kNm)

POSTUP K ŘEŠENÍ:

A/ VYŘEŠÍME REAKCE

1) Vypočítáme potřebné vzdálenosti a úhly

$$\operatorname{tg} \alpha = 5/7 = 0,7143$$

$$\alpha = 35,538^\circ$$

$$\delta = \beta + 60^\circ - 90^\circ = 59,036^\circ + 60^\circ - 90^\circ = 29,036^\circ$$

$$\operatorname{tg} \beta = 5/3 = 1,6$$

$$\beta = 59,036^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$\gamma = 180^\circ - 35,538^\circ - 59,036^\circ = 85,426^\circ$$

$$\cos \alpha = 2 / d_1$$

$$d_1 = 2 / \cos 35,538^\circ$$

$$\underline{d_1 = 2,458 \text{ m}}$$

$$d_1 = \underline{d_2 = 2,458 \text{ m}}$$

$$d_3 = 3 / \cos 35,538^\circ$$

$$\underline{d_3 = 3,687 \text{ m}}$$

$$d = d_1 + d_2 + d_3$$

$$d = 2,458 + 2,458 + 3,687$$

$$\underline{d = 8,603 \text{ m}}$$

$$\cos \beta = 1 / l_1$$

$$l_1 = 1 / \cos 59,036^\circ$$

$$\underline{l_1 = 1,944 \text{ m}}$$

$$\cos \beta = 2 / l_2$$

$$l_2 = 2 / \cos 59,036^\circ$$

$$\underline{l_2 = 3,887 \text{ m}}$$

$$l = l_1 + l_2$$

$$l = 1,944 + 3,887$$

$$\underline{l = 5,831 \text{ m}}$$

$$\sin \gamma = r_a / l$$

$$\sin 85,426^\circ = r_a / 5,831$$

$$r_a = 5,831 \cdot \sin 85,426^\circ = \underline{5,812 \text{ m}}$$

$$\operatorname{tg} \beta = h_1 / 1$$

$$h_1 = 1 \cdot \operatorname{tg} 59,036^\circ$$

$$\underline{h_1 = 1,667 \text{ m}}$$

$$h_2 = 5 - h_1$$

$$h_2 = 5 - 1,667$$

$$\underline{h_2 = 3,333 \text{ m}}$$

$$h_3 = h_4 = 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$h_3 = h_4 = 2 \cdot \operatorname{tg} 35,538^\circ = \underline{1,429 \text{ m}}$$

$$h_5 = 5 - h_3 - h_4 = 5 - 1,429 - 1,429 = \underline{2,142 \text{ m}}$$

2) Vypočítáme náhradní břemena

$$Q_1 = Q_2 = f_{d1} \cdot d_1 = 42 \cdot 2,458 = 103,236 \text{ kN}$$

$$Q_3 = f_{d1} \cdot d_3 = 42 \cdot 3,687 = 154,854 \text{ kN}$$

3) Rozložení náhradních břemen a sil na jednotlivé složky

$$Q_1 \begin{cases} Q_{1x} = Q_{2x} = Q_1 \cdot \sin \alpha = 103,236 \cdot \sin 35,538^\circ = \underline{60,005 \text{ kN}} \\ Q_{1z} = Q_{2z} = Q_1 \cdot \cos \alpha = 103,236 \cdot \cos 35,538^\circ = \underline{84,006 \text{ kN}} \end{cases}$$

$$Q_3 \begin{cases} Q_{3x} = Q_3 \cdot \sin \alpha = 154,854 \cdot \sin 35,538^\circ = \underline{90,008 \text{ kN}} \\ Q_{3z} = Q_3 \cdot \cos \alpha = 154,854 \cdot \cos 35,538^\circ = \underline{126,009 \text{ kN}} \end{cases}$$

$$F_1 \begin{cases} F_{1x} = F_1 \cdot \sin \alpha = 31 \cdot \sin 35,538^\circ = \underline{18,019 \text{ kN}} \\ F_{1z} = F_1 \cdot \cos \alpha = 31 \cdot \cos 35,538^\circ = \underline{25,226 \text{ kN}} \end{cases}$$

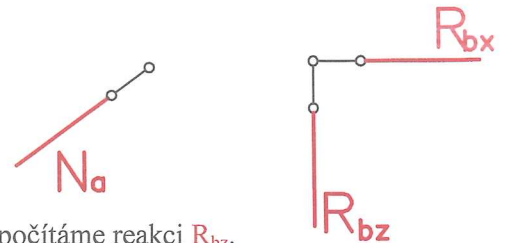
$$F_2 \begin{cases} N_{F2} = F_2 \cdot \sin \alpha = 18 \cdot \sin 35,538^\circ = \underline{10,462 \text{ kN}} \\ V_{F2} = F_2 \cdot \cos \alpha = 18 \cdot \cos 35,538^\circ = \underline{14,647 \text{ kN}} \end{cases}$$

$$F_3 \begin{cases} F_{3x} = F_3 \cdot \cos \alpha = 31 \cdot \cos 35,538^\circ = \underline{21,157 \text{ kN}} \\ F_{3z} = F_3 \cdot \sin \alpha = 31 \cdot \sin 35,538^\circ = \underline{15,112 \text{ kN}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 F_{4x} &= F_4 \cdot \sin \delta = 64 \cdot \sin 29,036^\circ = \underline{31,063 \text{ kN}} \\
 F_{4z} &= F_4 \cdot \cos \delta = 64 \cdot \cos 29,036^\circ = \underline{55,956 \text{ kN}} \\
 N_{F4} &= F_4 \cdot \cos 60^\circ = 64 \cdot \cos 60^\circ = \underline{32 \text{ kN}} \\
 V_{F4} &= F_4 \cdot \sin 60^\circ = 64 \cdot \sin 60^\circ = \underline{55,426 \text{ kN}}
 \end{aligned}$$

4) Výpočet reakcí

- a) Označíme podpory a,b a další zajímavé místo c, d, e, f.
 b) Podle typu podpory naznačíme předpokládané reakce.



- c) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu a si vypočítáme reakci Rbz.

$$\sum_{i=1}^n M_{ai} = 0 \quad \begin{array}{c} + \\ \curvearrowright \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ \curvearrowleft \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 Q_1 \cdot 1,229 + F_1 \cdot 2,458 + Q_2 \cdot 3,687 + V_{F2} \cdot 4,916 + F_2 \cdot 4 + Q_3 \cdot 6,7595 + F_{4z} \cdot 8 - F_{4x} \cdot 3,333 \\
 + R_{bz} \cdot 10 = 0 \\
 103,236 \cdot 1,229 + 31 \cdot 2,458 + 103,236 \cdot 3,687 + 14,647 \cdot 4,916 + 18 \cdot 4 + 154,854 \cdot 6,7595 + \\
 55,956 \cdot 8 - 31,063 \cdot 3,333 + R_{bz} \cdot 10 = 0
 \end{aligned}$$

$$R_{bz} \cdot 10 = -2046,561$$

$$R_{bz} = \underline{-204,656 \text{ kN}} \quad \curvearrowleft$$

- d) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu b si vypočítáme reakci Na.

$$\sum_{i=1}^n M_{bi} = 0 \quad \begin{array}{c} + \\ \curvearrowright \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ \curvearrowleft \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 N_a \cdot 5,812 + Q_{1x} \cdot 0,7145 - Q_{1z} \cdot 9 + F_{1x} \cdot 1,429 - F_{1z} \cdot 8 + Q_{2x} \cdot 2,1435 - Q_{2z} \cdot 7 - F_2 \cdot 6 + \\
 Q_{3x} \cdot 3,929 - Q_{3z} \cdot 4,5 - F_{3x} \cdot 5 - F_{3z} \cdot 3 - F_{4x} \cdot 3,333 - F_{4z} \cdot 2 = 0 \\
 N_a \cdot 5,812 + 60,005 \cdot 0,7145 - 84,006 \cdot 9 + 18,019 \cdot 1,429 - 25,226 \cdot 8 + 60,005 \cdot 2,1435 - \\
 84,006 \cdot 7 - 18 \cdot 6 + 90,008 \cdot 3,929 - 126,009 \cdot 4,5 - 21,157 \cdot 5 - 15,112 \cdot 3 - 31,063 \cdot 3,333 - \\
 55,956 \cdot 2 = 0
 \end{aligned}$$

$$N_a \cdot 5,812 = 2036,6256$$

$$N_a = \underline{350,417 \text{ kN}} \quad \curvearrowright$$

Reakci Na si rozložíme na vodorovnou a svislou složku:

$$\begin{aligned}
 R_{ax} &= N_a \cdot \cos \alpha = 350,417 \cdot \cos 35,538^\circ = \underline{285,145 \text{ kN}} \\
 R_{az} &= N_a \cdot \sin \alpha = 350,417 \cdot \sin 35,538^\circ = \underline{203,677 \text{ kN}}
 \end{aligned}$$

- e) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy x vypočítáme reakci Rbx.

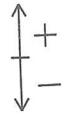
$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0 \quad \begin{array}{c} - \\ \leftarrow \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ \rightarrow \end{array}$$

$$R_{ax} + Q_{1x} + F_{1x} + Q_{2x} + Q_{3x} - F_{3x} - F_{4x} + R_{bx} = 0$$

$$285,145 + 60,005 + 18,019 + 60,005 + 90,008 - 21,157 - 31,063 + R_{bx} = 0$$

$$R_{bx} = \underline{-460,962 \text{ kN}} \quad \leftarrow$$

f) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy z si ověříme správnost našeho výpočtu při určování reakce R_{az} a R_{bz} .

$$\sum_{i=1}^n F_{zi} = 0$$


$$R_{az} - Q_{1z} - F_{1z} - Q_{2z} - F_2 - Q_{3z} - F_{3z} - F_{4z} + R_{bz} = 0$$

$$203,677 - 84,006 - 25,226 - 84,006 - 18 - 126,009 - 15,112 - 55,956 + 204,656 = 0$$

$$0,018 \stackrel{!}{=} 0 \checkmark$$

B/ VYŘEŠÍME PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL

Také další reakce si rozložíme na normálové a posouvající síly.

$$R_{bx} \begin{cases} N_{bx} = R_{bx} \cdot \cos \beta = 460,962 \cdot \cos 59,036^\circ = \underline{237,165 \text{ kN}} \\ V_{bx} = R_{bx} \cdot \sin \beta = 460,962 \cdot \sin 59,036^\circ = \underline{395,271 \text{ kN}} \end{cases}$$

$$R_{bz} \begin{cases} N_{bz} = R_{bz} \cdot \sin \beta = 204,656 \cdot \sin 59,036^\circ = \underline{175,491 \text{ kN}} \\ V_{bz} = R_{bz} \cdot \cos \beta = 204,656 \cdot \cos 59,036^\circ = \underline{105,295 \text{ kN}} \end{cases}$$

1) Průběh normálových sil na nosníku (znaménková konvence $\leftarrow \oplus \rightarrow$)

Mezi dvěma osamělými břemeny je vždy konstantní průběh. V působišti osamělého břemena se vždy tento průběh mění skokem právě o hodnotu této normálové síly.

LEVÉ ŠIKMÉ RAMENO

v bodě a: $N_a^L = -N_a = \underline{-350,417 \text{ kN}}$

v bodě c: $N_c^L = N_a^L = \underline{-350,417 \text{ kN}}$

v bodě d: $N_d^L = N_c^L = \underline{-350,417 \text{ kN}}$

v bodě e: $N_e^L = N_d^L = \underline{-350,417 \text{ kN}}$

PRAVÉ ŠIKMÉ RAMENO

v bodě b: $N_b^P = -N_{bx} - N_{bz} = -237,165 - 175,491 = \underline{-412,656 \text{ kN}}$

v bodě f: $N_f^P = N_b^P = \underline{-412,656 \text{ kN}}$

$$N_f^{P'} = N_f^P + N_{F4} = -412,656 + 32 = \underline{-380,656 \text{ kN}}$$

v bodě e: $N_e^P = N_f^{P'} = \underline{-380,656 \text{ kN}}$



2) Průběh posouvajících sil na nosníku (znaménková konvence $\downarrow \oplus$)

Mezi dvěma osamělými břemeny je vždy konstantní průběh. Mezi začátkem a koncem spojitého rovnoměrného zatížení je průběh lineární (křivka 1. stupně). Místo, kde působí osamělé břemeno, se projeví v průběhu sil skokem.

LEVÉ ŠIKMÉ RAMENO

v bodě a: $V_a^L = \underline{0}$

v bodě c: $V_c^L = V_a^L - Q_1 = 0 - 103,236 = \underline{-103,236 \text{ kN}}$

$$V_c^{L'} = V_c^L - F_1 = -103,236 - 31 = \underline{-134,236 \text{ kN}}$$

v bodě d: $V_d^L = V_c^{L'} - Q_2 = -134,236 - 103,236 = \underline{-237,472 \text{ kN}}$

$$V_d^{L'} = V_d^L - V_{F2} = -237,472 - 14,647 = \underline{-252,119 \text{ kN}}$$

v bodě e: $V_e^L = V_d^{L'} - Q_3 = -252,119 - 154,854 = \underline{-406,973 \text{ kN}}$

PRAVÉ ŠIKMÉ RAMENO

$$\text{v bodě b: } V_b^P = V_{bx} - V_{bz} = 395,271 - 105,295 = \underline{289,976 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě f: } V_f^P = V_b^P = \underline{289,976 \text{ kN}}$$

$$V_f^{P'} = V_f^P + V_{F4} = 289,976 + 55,426 = \underline{345,402 \text{ kN}}$$

$$\text{v bodě e: } V_e^L = V_f^{P'} = \underline{345,402 \text{ kN}}$$

- 3) Průběh ohybových momentů na nosníku (znaménková konvence )

Mezi dvěma osamělými břemeny je průběh lineární (křivka 1.stupně). Mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení je průběh křivka 2.stupně. Místo, kde mění rovnoměrné spojitě zatížení svou velikost, se projeví v průběhu momentů zlomem.

$$\text{v bodě a: } M_a^L = 0$$

$$\text{v bodě c: } M_c^L = - Q_1 \cdot 1,229 = - 103,236 \cdot 1,229 = \underline{126,567 \text{ kNm}}$$

$$\text{v bodě d: } M_d^L = - Q_1 \cdot 3,687 - F_1 \cdot 2,458 - Q_2 \cdot 1,229 = - 103,236 \cdot 3,687 - 21 \cdot 2,458 - 103,236 \cdot 1,229 = \underline{- 583,706 \text{ kNm}}$$

$$\text{v bodě e: } M_e^P = R_{bz} \cdot 3 - R_{bx} \cdot 5 - V_{F4} \cdot 1,944 = 204,656 \cdot 3 - 460,962 \cdot 5 - 55,426 \cdot 1,944 = \underline{- 1798,6 \text{ kNm}} \text{ (nebezpečný průřez)}$$

$$\text{v bodě f: } M_f^P = R_{bz} \cdot 3 - R_{bx} \cdot 3,333 = 204,656 \cdot 3 - 460,962 \cdot 3,333 = \underline{- 922,418 \text{ kNm}}$$

$$\text{v bodě b: } M_b^P = 0$$

Poznámka: NEBEZPEČNÝ PRŮŘEZ je v bodě e, kde je maximální ohybový moment o velikosti $- 1798,6 \text{ kNm}$.