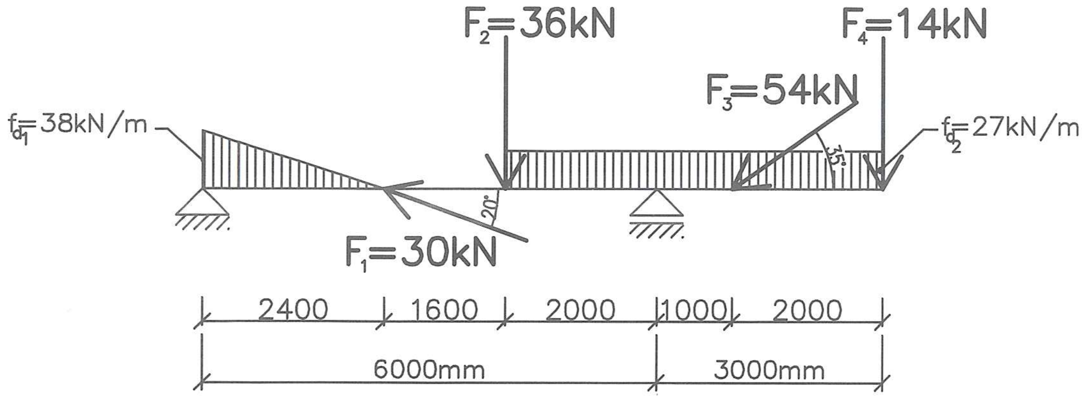
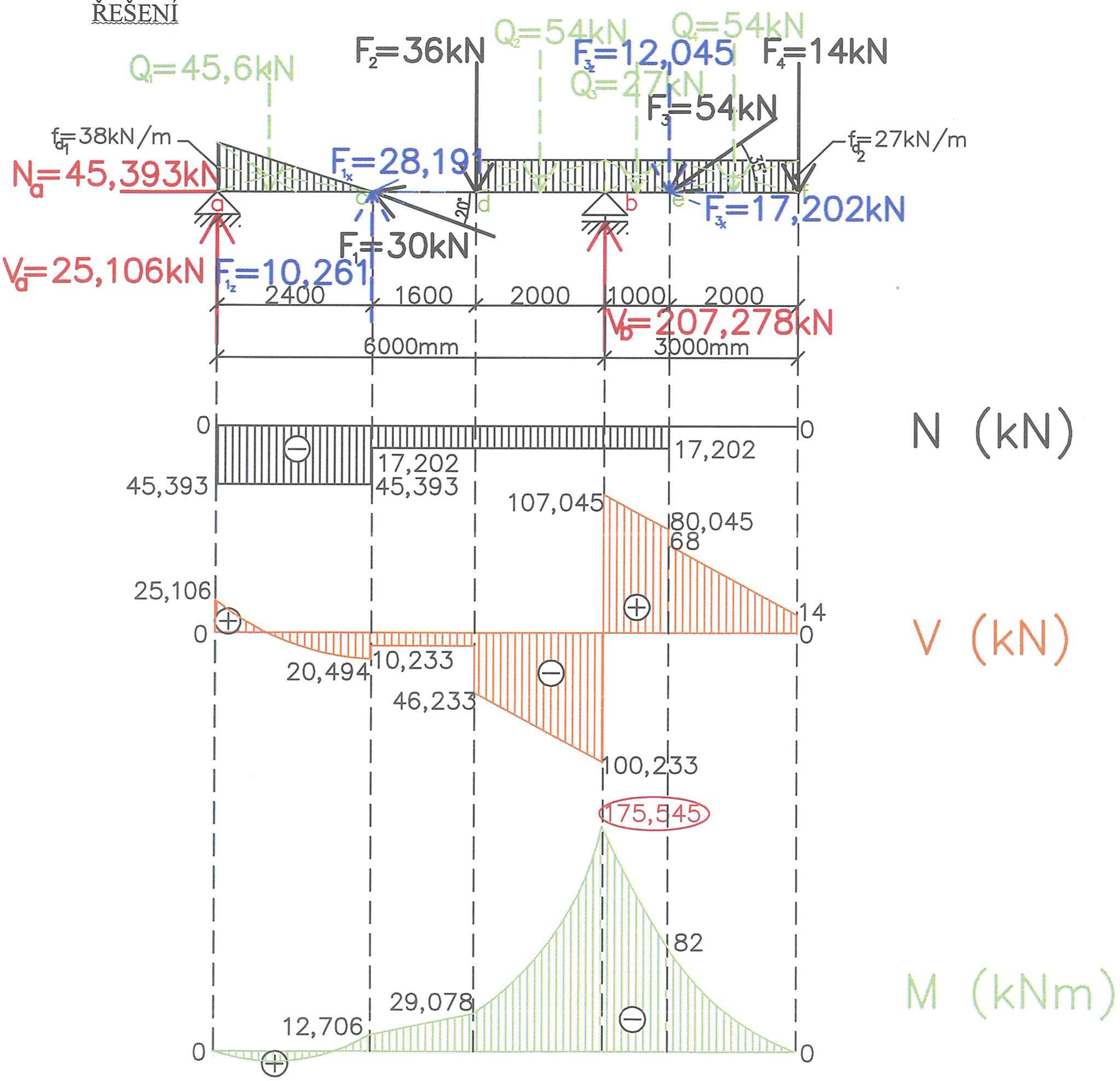
3.1.3 Prostý nosník zatížený kombinovaným zatížením

ZADÁNÍ



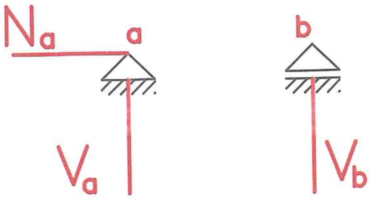
ŘEŠENÍ



POSTUP K ŘEŠENÍ:

A/ VYŘEŠÍME REAKCE

1) Označíme podpory a,b a další zajímavá místa c, d, e, f
2) Naznačíme průběh reakcí podle typu podpory



3) Rozložení šikmé síly

F_1: $F_{1x} = F_1 \cdot \cos 20° = 30 \cdot \cos 20° = \underline{28{,}191\ kN}$

$F_{1z} = F_1 \cdot \sin 20° = 30 \cdot \sin 20° = \underline{10{,}261\ kN}$

F_3: $F_{3x} = F_3 \cdot \cos 35° = 21 \cdot \cos 35° = \underline{17{,}202\ kN}$

$F_{3z} = F_3 \cdot \sin 35° = 21 \cdot \sin 35° = \underline{12{,}045\ kN}$

4) Výpočet náhradních břemen

$Q_1 = ½ \cdot f_{d1} \cdot l_1 = ½ \cdot 38 \cdot 2{,}4 = 45{,}6\ kN$

$Q_2 = f_{d2} \cdot l_2 = 27 \cdot 2 = 54\ kN$

$Q_3 = f_{d2} \cdot l_3 = 27 \cdot 1 = 27\ kN$

$Q_4 = f_{d2} \cdot l_4 = 27 \cdot 2 = 54\ kN$

5) Vypočítáme reakce

a) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy x vypočítáme reakci N_a.

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = 0 \qquad - \ +$$

$$N_a - F_{1x} - F_{3x} = 0$$
$$N_a - 28{,}191 - 17{,}202 = 0$$
$$N_a = \underline{45{,}393\ kN} \rightarrow$$

b) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu b vypočítáme reakci V_a.

$$\sum_{i=1}^{n} M_{bi} = 0 \qquad + \quad -$$

$$V_a \cdot 6 - Q_1 \cdot 5{,}2 + F_{1z} \cdot 3{,}6 - F_2 \cdot 2 - Q_2 \cdot 1 + Q_3 \cdot 0{,}5 + F_{3z} \cdot 1 + Q_4 \cdot 2 + F_4 \cdot 3 = 0$$

$$V_a \cdot 6 - 45{,}6 \cdot 5{,}2 + 10{,}261 \cdot 3{,}6 - 36 \cdot 2 - 54 \cdot 1 + 27 \cdot 0{,}5 + 12{,}045 \cdot 1 + 54 \cdot 2 + 14 \cdot 3 = 0$$

$$V_a \cdot 6 = 150{,}6354$$

$$V_a = \underline{25{,}106\ kN}$$

c) Reakci V_b je možno také určit pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu a.

$$\sum_{i=1}^{n} M_{ai} = 0 \qquad + \quad -$$

$$Q_1 \cdot 0{,}8 - F_{1z} \cdot 2{,}4 + F_2 \cdot 4 + Q_2 \cdot 5 + V_b \cdot 6 + Q_3 \cdot 6{,}5 + F_{3z} \cdot 7 + Q_4 \cdot 8 + F_4 \cdot 9 = 0$$

$$45{,}6 \cdot 0{,}8 - 10{,}261 \cdot 2{,}4 + 36 \cdot 4 + 54 \cdot 5 + V_b \cdot 6 + 27 \cdot 6{,}5 + 12{,}045 \cdot 7 + 54 \cdot 8 + 14 \cdot 9 = 0$$

$$V_b \cdot 6 = -\ 1243{,}6686$$

$$V_b = \underline{-\ 207{,}2781\ kN}$$

c) Správnost výpočtu lze ověřit pomocí silové podmínky do osy z.

$$\sum_{i=1}^{n} F_{zi} = 0 \qquad \begin{matrix} + \\ - \end{matrix}$$

$$V_a - Q_1 + F_{1z} - F_2 - Q_2 + V_b - Q_3 - F_{3z} - Q_4 - F_4 = 0$$

$$25{,}106 - 45{,}6 + 10{,}261 - 36 - 54 + 207{,}278 - 27 - 12{,}045 - 54 - 14 = 0$$

$$\underline{0 = 0}$$

B/ VYŘEŠÍME PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL

1) Výpočet průběhu normálových sil (znaménková konvence $\boxplus$)
   - Mezi jednotlivými působišti normálových sil a a c je konstantní průběh, který se mění vždy skokem v působišti nové síly a to právě o hodnotu této normálové síly.

   v bodě a: $N_a^L = -N_a = \underline{-45{,}393\ kN}$
   v bodě c: $N_c^L = N_a^L + F_{1x} = -45{,}393 + 10{,}261 = \underline{-17{,}202\ kN}$
   v bodě d: $N_d^L = N_c^L = \underline{-17{,}202\ kN}$
   v bodě b: $N_b^L = N_d^L = \underline{-17{,}202\ kN}$
   v bodě e: $N_e^L = N_b^L + F_{1x} = -17{,}202 + 17{,}202 = \underline{0}$
   v bodě f: $N_f^L = N_e^L = \underline{0}$

2) Výpočet průběhu posouvajících sil (znaménková konvence $\boxplus$)
   - Z bodu a do bodu c je průběh křivka 2.stupně a mění se o velikost náhradního břemena Q_1.
   - V bodě c dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty síly F_{1z}.
   - Z bodu c do bodu d je konstantní průběh.
   - V bodě d dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty síly F_2.
   - Z bodu d do bodu b je průběh lineární a mění se o velikost náhradního břemena Q_2.
   - V bodě b dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty reakce V_b.
   - Z bodu b do bodu e je průběh lineární a mění se o velikost náhradního břemena Q_3.
   - V bodě e dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty síly F_{3z}.
   - Z bodu e do bodu f je průběh lineární a mění se o velikost náhradního břemena Q_4.
   - V bodě f dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty síly F_4 a vracíme se k základní čáře.

   v bodě a: $V_a^L = V_a = \underline{25{,}106\ kN}$
   v bodě c: $V_c^L = V_a^L - Q_1 = 25{,}106 - 45{,}6 = \underline{-20{,}494\ kN}$
   $V_c^{L'} = V_c^L + F_{1z} = -20{,}494 + 10{,}261 = \underline{-10{,}233\ kN}$
   v bodě d: $V_d^L = V_c^{L'} = \underline{-10{,}233\ kN}$
   $V_d^{L'} = V_d^{L'} - F_2 = -10{,}233 - 36 = -\underline{46{,}233\ kN}$
   v bodě b: $V_b^L = V_d^{L'} - Q_2 = -46{,}233 - 54 = \underline{-100{,}233\ kN}$
   $V_b^{L'} = V_b^L + V_b = -100{,}233 + 207{,}278 = \underline{107{,}045\ kN}$
   v bodě e: $V_e^L = V_b^{L'} - Q_3 = 107{,}045 - 27 = 80{,}045\ \underline{kN}$
   $V_e^{L'} = V_e^L - F_{3z} = 80{,}045 - 12{,}045 = \underline{68\ kN}$
   v bodě f: $V_f^L = V_e^{L'} - Q_3 = 68 - 54 = 14\ \underline{kN}$
   $V_f^{L'} = V_f^L - F_4 = 14 - 14 = \underline{0}$

3) Výpočet průběhu ohybových momentů(znaménková konvence $\boxplus$)
   - Z bodu a do bodu c je průběh křivka 3.stupně.
   - Z bodu c do bodu d je průběh lineární (křivka 1.stupně)
   - Z bodu d do bodu f je průběh křivka 2.stupně, která však má zlom v bodě b i v bodě e.

v bodě a: $M_a^L = \underline{0}$
v bodě c: $M_c^L = V_a \,.\, 2{,}4 - Q_1 \,.\, 1{,}6 = 25{,}106 \,.\, 2{,}4 - 45{,}6 \,.\, 1{,}6 = \underline{-\,12{,}706\ \text{kNm}}$
v bodě d: $M_d^L = V_a \,.\, 4 - Q_1 \,.\, 3{,}2 + F_{1z} \,.\, 1{,}6 = 25{,}106 \,.\, 4 - 45{,}6 \,.\, 3{,}2 + 10{,}261 \,.\, 1{,}6 = \underline{-29{,}078\text{kNm}}$
v bodě b: $M_b^P = -\,F_4 \,.\, 3 - Q_4 \,.\, 2 - F_{3z} \,.\, 1 - Q_3 \,.\, 0{,}5 = -\,14 \,.\, 3 - 54 \,.\, 2 - 12{,}045 \,.\, 1 - 27 \,.\, 0{,}5 = \underline{-175{,}545\ \text{kNm}}$
v bodě e: $M_e^P = -\,F_4 \,.\, 2 - Q_4 \,.\, 1 = -\,14 \,.\, 2 - 54 \,.\, 1 = \underline{-\,82\ \text{kNm}}$
v bodě f: $M_f^P = \underline{0}$

Poznámka: NEBEZPEČNÝ PRŮŘEZ je v bodě **b**, tzn. že ohybový moment má v tomto místě maximální hodnotu o velikost 175,545 kNm.