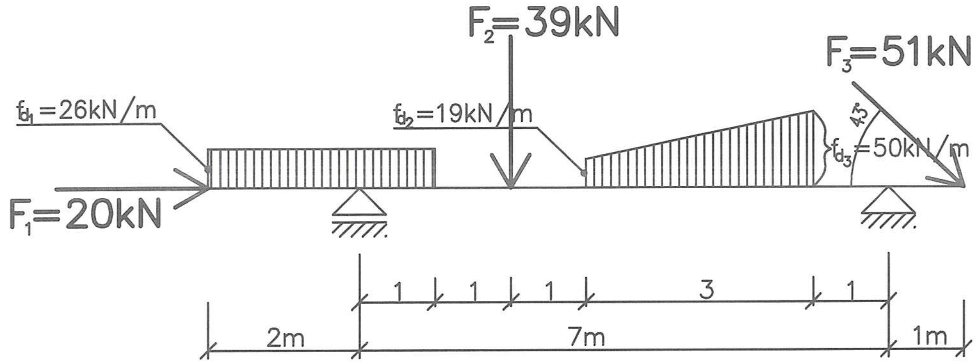
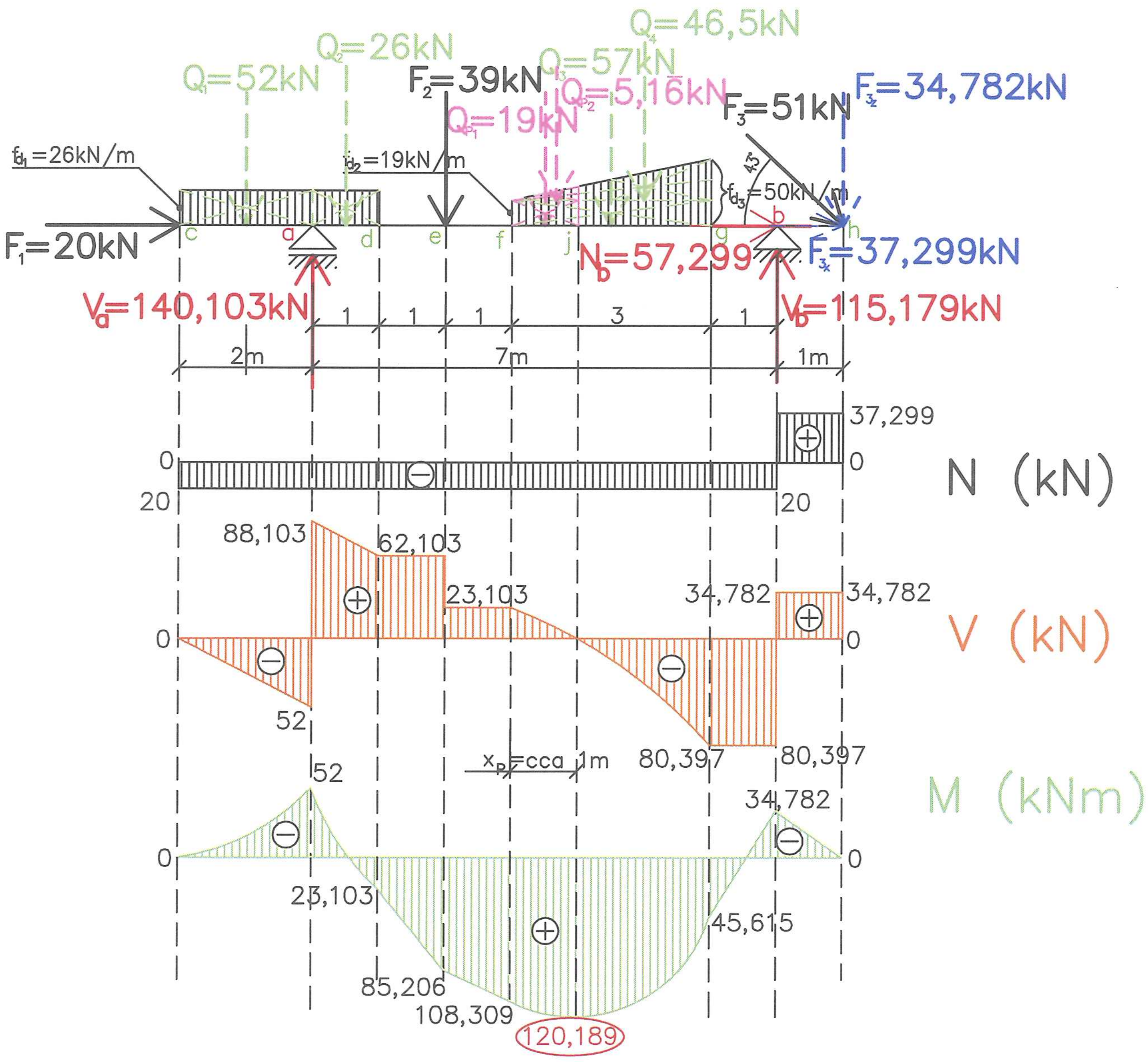
3.1.4 Prostý nosník zatížený kombinovaným zatížením

ZADÁNÍ



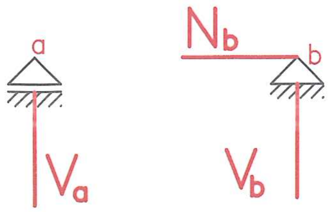
ŘEŠENÍ



POSTUP K ŘEŠENÍ:

A/ VYŘEŠÍME REAKCE

1) Označíme podpory a,b a další zajímavá místa c, d, e, f, g, h
2) Naznačíme průběh reakcí podle typu podpory



3) Rozložení šikmé síly

F_3: $F_{3x} = F_3 \,.\, \cos 43° = 51 \,.\, \cos 43° = \underline{37{,}299 \text{ kN}}$

$F_{3z} = F_3 \,.\, \sin 43° = 51 \,.\, \sin 43° = \underline{34{,}782 \text{ kN}}$

4) Výpočet náhradních břemen

$Q_1 = f_{d1} \,.\, l_1 = 26 \,.\, 2 = 52 \text{ kN}$
$Q_2 = f_{d1} \,.\, l_2 = 26 \,.\, 1 = 26 \text{ kN}$
$Q_3 = f_{d2} \,.\, l_3 = 19 \,.\, 3 = 57 \text{ kN}$
$Q_4 = ½ \,.\, (f_{d3} - f_{d2}) \,.\, l_3 = ½ \,.\, (50 - 19) \,.\, 3 = 46{,}5 \text{ kN}$

5) Vypočítáme reakce

a) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy **x** vypočítáme reakci N_b.

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = 0 \qquad - \; +$$

$$F_1 + N_b + F_{3x} = 0$$
$$20 + N_b + 37{,}299 = 0$$
$$N_b = \underline{-57{,}299 \text{ kN}} \leftarrow$$

b) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu b vypočítáme reakci V_a.

$$\sum_{i=1}^{n} M_{bi} = 0 \qquad + \quad -$$

$$-Q_1 \,.\, 8 + V_a \,.\, 7 - Q_2 \,.\, 6{,}5 - F_2 \,.\, 5 - Q_3 \,.\, 2{,}5 - Q_4 \,.\, 2 + F_{3z} \,.\, 1 = 0$$
$$-52 \,.\, 8 + V_a \,.\, 7 - 26 \,.\, 6{,}5 - 39 \,.\, 5 - 57 \,.\, 2{,}5 - 46{,}5 \,.\, 2 + 34{,}782 \,.\, 1 = 0$$
$$V_a \,.\, 7 = 980{,}718$$
$$V_a = \underline{140{,}103 \text{ kN}}$$

c) Reakci V_b je možno také určit pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu a.

$$\sum_{i=1}^{n} M_{ai} = 0 \qquad + \quad -$$

$$-Q_1 \,.\, 1 + Q_2 \,.\, 0{,}5 + F_2 \,.\, 2 + Q_3 \,.\, 4{,}5 + Q_4 \,.\, 5 + V_b \,.\, 7 + F_{3z} \,.\, 8 = 0$$
$$-52 \,.\, 1 + 26 \,.\, 0{,}5 + 39 \,.\, 2 + 57 \,.\, 4{,}5 + 46{,}5 \,.\, 5 + V_b \,.\, 7 + 34{,}782 \,.\, 8 = 0$$
$$V_b \,.\, 7 = -806{,}256$$
$$V_b = \underline{-115{,}179 \text{ kN}}$$

c) Správnost výpočtu lze ověřit pomocí silové podmínky do osy **z**.

$$\sum_{i=1}^{n} F_{zi} = 0 \qquad + \; -$$

$$-Q_1 + V_a - Q_2 - F_2 - Q_3 - Q_4 + V_b - F_{3z} = 0$$
$$-52 + 140{,}103 - 26 - 39 - 57 - 46{,}5 + 115{,}179 - 34{,}782 = 0$$
$$\underline{0 = 0} \; ✓$$

B/ VYŘEŠÍME PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL

1) Výpočet průběhu normálových sil (znaménková konvence)
   - Mezi jednotlivými působišti normálových sil c a b stejně jako mezi působištěm sil b a h je konstantní průběh, který se mění vždy skokem v působišti nové síly a to právě o hodnotu této normálové síly.

v bodě c: $N_c^L = - F_1 = \underline{- 20\ kN}$
v bodě a: $N_a^L = N_c^L = \underline{- 20\ kN}$
v bodě d: $N_d^L = N_a^L = \underline{- 20\ kN}$
v bodě e: $N_e^L = N_d^L = \underline{- 20\ kN}$
v bodě f: $N_f^L = N_e^L = \underline{- 20\ kN}$
v bodě g: $N_g^L = N_f^L = \underline{- 20\ kN}$
v bodě b: $N_b^L = N_g^L + N_b = - 20 + 57{,}299 = \underline{- 37{,}299\ kN}$
v bodě h: $N_h^L = N_b^L + F_{3x} = - 37{,}299 + 37{,}299 = \underline{0}$

2) Výpočet průběhu posouvajících sil (znaménková konvence)
   - Z bodu c do bodu a je průběh křivka 1.stupně a mění se o velikost náhradního břemena Q_1.
   - V bodě a dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty reakce V_a.
   - Z bodu a do bodu d je průběh křivka 1.stupně a mění se o velikost náhradního břemena Q_2.
   - Z bodu d do bodu e je konstantní průběh.
   - V bodě e dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty síly F_2.
   - Z bodu e do bodu f je konstantní průběh.
   - Z bodu f do bodu g je průběh křivka 2.stupně a mění se o velikost náhradního břemena Q_3 a Q_4 .
   - Z bodu g do bodu b je konstantní průběh.
   - V bodě b dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty reakce V_b.
   - Z bodu b do bodu h je konstantní průběh.
   - V bodě h dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty síly F_{3z}.

v bodě c: $V_c^L = \underline{0}$
v bodě a: $V_a^L = - Q_1 = \underline{- 52\ kN}$
$V_a^{L'} = V_a^L + V_a = - 52 + 140{,}103 = \underline{88{,}103\ kN}$
v bodě d: $V_d^L = V_a^{L'} - Q_2 = 88{,}103 - 26 = \underline{62{,}103\ kN}$
v bodě e: $V_e^L = V_d^L = \underline{62{,}103\ kN}$
$V_e^{L'} = V_e^L - F_2 = 62{,}103 - 39 = \underline{23{,}103\ kN}$
v bodě f: $V_f^L = V_e^{L'} = \underline{23{,}103\ kN}$
v bodě g: $V_g^L = V_f^L - Q_3 - Q_4 = 23{,}103 - 57 - 46{,}5 = \underline{- 80{,}397\ kN}$
v bodě b: $V_b^L = V_g^L = \underline{- 80{,}397\ kN}$
$V_b^{L'} = V_b^L + V_b = - 80{,}397 + 115{,}179 = \underline{34{,}782\ kN}$
v bodě h: $V_h^L = V_b^{L'} = \underline{34{,}782\ kN}$
$V_h^{L'} = V_h^L - F_{3z} = 34{,}782 - 34{,}782 = \underline{0}$

Z průběhu posouvajících sil je pravděpodobné, že mezi bodem f a g se zřejmě bude vyskytovat nebezpečný průřez, proto určíme jeho polohu aspoň co nejpřesněji z průběhu posouvajících sil a místo označíme jako průřez j.
Vzdálenost určíme od bodu f a označíme x_P .

$x_P = 1\ m$

Určíme náhradní břemena zleva, tj. spojitého rovnoměrného zatížení od bodu f do j, které označíme např. Q_{P1} a spojitého trojúhelníkového zatížení od bodu f do j, které označíme např. Q_{P2}.

$Q_{P1} = f_{d2} \,.\, x_P = 19 \,.\, 1 = 19$ kN
$f_{dx} = ((f_{d3} - f_{d2})/\, l_3).\, x_P = ((50 - 19)/3) \,.\, 1 = 10{,}83$ kN/m
$Q_{P2} = ½ \,.\, f_{dx} \,.\, x_P = ½ \,.\, 10{,}83 \,.\, 1 = 5{,}16$ kN

3) <u>Výpočet průběhu ohybových momentů</u>(znaménková konvence $\boxplus$)

- Z bodu c do bodu a je průběh křivka 2.stupně, v bodě a je zlom.
- Z bodu a do bodu d je průběh křivka 2.stupně, v bodě d je zlom.
- Z bodu d do bodu e je průběh lineární, v bodě e je zlom.
- Z bodu e do bodu f je průběh lineární, v bodě f je zlom.
- Z bodu f do bodu g je průběh křivka 3.stupně, v bodě j je vrchol křivky, v bodě g je zlom.
- Z bodu g do bodu b je průběh lineární, v bodě b je zlom.
- Z bodu b do bodu h je průběh lineární.

v bodě c: $M_c^L = \underline{0}$
v bodě a: $M_a^L = - Q_1 \,.\, 1 = - 52 \,.\, 1 = \underline{- 52\ \text{kNm}}$
v bodě d: $M_d^L = - Q_1 \,.\, 2 + V_a \,.\, 1 - Q_2 \,.\, 0{,}5 = - 52 \,.\, 2 + 140{,}103 \,.\, 1 - 26 \,.\, 0{,}5 = \underline{23{,}103\ \text{kNm}}$
v bodě e: $M_e^L = - Q_1 \,.\, 3 + V_a \,.\, 2 - Q_2 \,.\, 1{,}5 = - 52 \,.\, 3 + 140{,}103 \,.\, 2 - 26 \,.\, 1{,}5 = \underline{25{,}206\ \text{kNm}}$
v bodě f: $M_f^L = - Q_1 \,.\, 4 + V_a \,.\, 3 - Q_2 \,.\, 2{,}5 - F_2 \,.\, 1 = - 52 \,.\, 4 + 140{,}103 \,.\, 3 - 26 \,.\, 2{,}5 - 39 \,.\, 1 = \underline{108{,}309\ \text{kNm}}$
v bodě j: $M_j^L = - Q_1 \,.\, 5 + V_a \,.\, 4 - Q_2 \,.\, 3{,}5 - F_2 \,.\, 2 - Q_{P1} \,.\, 0{,}5 - Q_{P2} \,.\, 0{,}3 = - 52 \,.\, 5 + 140{,}103 \,.\, 4 - 26 \,.\, 3{,}5 - 39 \,.\, 2 - 19 \,.\, 0{,}5 - 5{,}16 \,.\, 0{,}3 = \underline{120{,}19\ \text{kNm}}$
v bodě g: $M_g^P = - F_{3z} \,.\, 2 + V_b \,.\, 1 = - 34{,}782 \,.\, 2 + 115{,}179 \,.\, 1 = \underline{45{,}615\ \text{kNm}}$
v bodě b: $M_b^P = - F_{3z} \,.\, 1 = - 34{,}782 \,.\, 1 = \underline{- 34{,}782\ \text{kNm}}$
v bodě h: $M_h^P = \underline{0}$

<u>Poznámka</u>: NEBEZPEČNÝ PRŮŘEZ je v bodě **j**, tzn. že ohybový moment má v tomto místě maximální hodnotu o velikost 120,19 kNm.