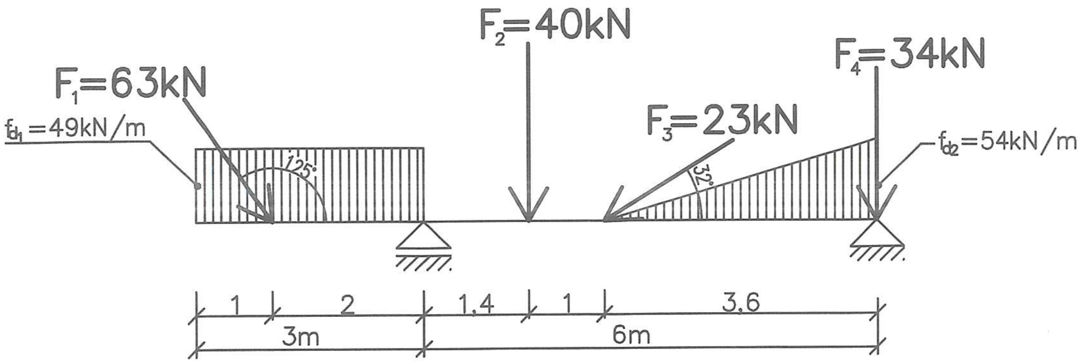
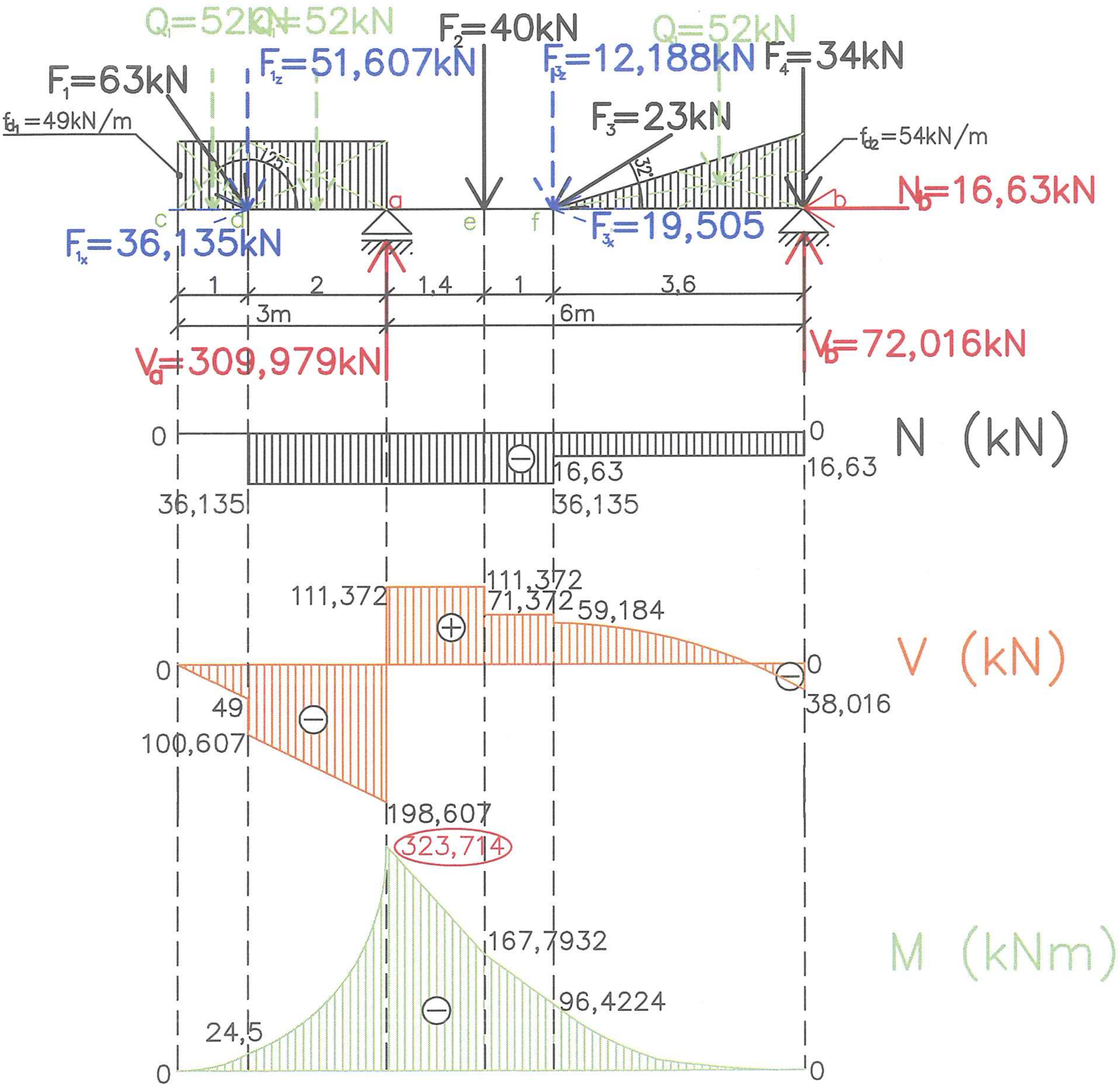
3.1.5 Prostý nosník zatížený kombinovaným zatížením

ZADÁNÍ



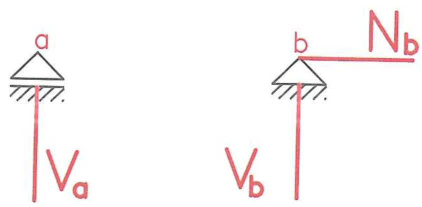
ŘEŠENÍ



POSTUP K ŘEŠENÍ:

A/ VYŘEŠÍME REAKCE

1) Označíme podpory a,b a další zajímavá místa c, d, e, f
2) Naznačíme průběh reakcí podle typu podpory



3) Rozložení šikmých sil

F_1:
$F_{1x} = F_1 . \cos 55° = 63 . \cos 55° = \underline{36,135 \text{ kN}}$
$F_{1z} = F_1 . \sin 55° = 63 . \sin 55° = \underline{51,607 \text{ kN}}$

F_3:
$F_{3x} = F_3 . \cos 32° = 23 . \cos 32° = \underline{19,505 \text{ kN}}$
$F_{3z} = F_3 . \sin 32° = 23 . \sin 32° = \underline{12,188 \text{ kN}}$

4) Výpočet náhradních břemen

$Q_1 = f_{d1} . l_1 = 49 . 1 = 49 \text{ kN}$
$Q_2 = f_{d1} . l_2 = 49 . 2 = 98 \text{ kN}$
$Q_3 = ½ . f_{d2} . l_3 = ½ . 54 . 3,6 = 97,2 \text{ kN}$

5) Vypočítáme reakce

a) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy **x** vypočítáme reakci N_b.

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = 0 \qquad - \quad +$$

$$F_{1x} - F_{3x} + N_b = 0$$
$$36,135 - 19,505 + N_b = 0$$
$$N_b = \underline{-16,63 \text{ kN}} \leftarrow$$

b) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu b vypočítáme reakci V_a.

$$\sum_{i=1}^{n} M_{bi} = 0 \qquad + \quad -$$

$$-Q_1 . 8,5 - F_{1z} . 8 - Q_2 . 7 + V_a . 6 - F_2 . 4,6 - F_{3z} . 3,6 - Q_3 . 1,2 = 0$$
$$-49 . 8,5 - 51,607 . 8 - 98 . 7 + V_a . 6 - 40 . 4,6 - 12,188 . 3,6 - 97,2 . 1,2 = 0$$
$$V_a . 6 = 1859,8728$$
$$V_a = \underline{309,979 \text{ kN}}$$

c) Reakci V_b je možno také určit pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu a.

$$\sum_{i=1}^{n} M_{ai} = 0 \qquad + \quad -$$

$$-Q_1 . 2,5 - F_{1z} . 2 - Q_2 . 1 + F_2 . 1,4 + F_{3z} . 2,4 + Q_3 . 4,8 + F_4 . 6 + V_b . 6 = 0$$
$$-49 . 2,5 - 51,607 . 2 - 98 . 1 + 40 . 1,4 + 12,188 . 2,4 + 97,2 . 4,8 + 34 . 6 + V_b . 6 = 0$$
$$V_b . 6 = -432,0972$$
$$V_b = \underline{-72,016 \text{ kN}}$$

c) Správnost výpočtu lze ověřit pomocí silové podmínky do osy **z**.

$$\sum_{i=1}^{n} F_{zi} = 0 \quad \updownarrow \begin{matrix} + \\ - \end{matrix}$$

$$-Q_1 - F_{1z} - Q_2 + V_a - F_2 - F_{3z} - Q_3 - F_4 + V_b = 0$$

$$-49 - 51{,}607 - 98 + 309{,}979 - 40 - 12{,}188 - 97{,}2 - 34 + 72{,}016 = 0$$

$$\underline{0 = 0} \checkmark$$

B/ VYŘEŠÍME PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL

1) <u>Výpočet průběhu normálových sil</u> (znaménková konvence $\leftarrow\boxplus\rightarrow$)
   - Mezi jednotlivými působišti normálových sil d a f stejně jako mezi působištěm sil f a b je konstantní průběh, který se mění vždy skokem v působišti nové síly a to právě o hodnotu této normálové síly.

v bodě c: $N_c^L = \underline{0}$

v bodě d: $N_d^L = N_c^L - F_{1x} = 0 - 36{,}135 = \underline{-36{,}135\ \text{kN}}$

v bodě a: $N_a^L = N_d^L = \underline{-36{,}135\ \text{kN}}$

v bodě e: $N_e^L = N_a^L = \underline{-36{,}135\ \text{kN}}$

v bodě f: $N_f^L = N_e^L = \underline{-36{,}135\ \text{kN}}$

$N_f^{L'} = N_f^L + F_{3x} = -36{,}135 + 19{,}505 = \underline{-16{,}63\ \text{kN}}$

v bodě b: $N_b^L = N_f^L = \underline{-16{,}63\ \text{kN}}$

$N_b^{L'} = N_b^L + N_b = -16{,}63 + 16{,}63 = \underline{0}$

2) <u>Výpočet průběhu posouvajících sil</u> (znaménková konvence $\updownarrow\boxplus$)
   - Z bodu c do bodu d je průběh křivka 1.stupně a mění se o velikost náhradního břemena Q_1.
   - V bodě d dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty síly F_{1z}.
   - Z bodu d do bodu a je průběh křivka 1.stupně a mění se o velikost náhradního břemena Q_2.
   - V bodě a dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty reakce V_a.
   - Z bodu a do bodu e je konstantní průběh.
   - V bodě e dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty síly F_2.
   - Z bodu e do bodu f je konstantní průběh
   - V bodě f dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty síly F_{3z}.
   - Z bodu f do bodu b je průběh křivka 2.stupně a mění se o velikost náhradního břemena Q_3.
   - V bodě b dojde v průběhu ke skoku o velikosti hodnoty reakce V_b a síly F_4.

v bodě c: $V_c^L = \underline{0}$

v bodě d: $V_d^L = V_c^L - Q_1 = 0 - 49 = \underline{-49\ \text{kN}}$

$V_d^{L'} = V_d^L - F_{1z} = -49 - 51{,}607 = \underline{-100{,}607\ \text{kN}}$

v bodě a: $V_a^L = V_d^{L'} - Q_2 = -100{,}607 - 98 = \underline{-198{,}607\ \text{kN}}$

$V_a^{L'} = V_a^L + V_a = -198{,}607 + 309{,}979 = \underline{111{,}372\ \text{kN}}$

v bodě e: $V_e^L = V_a^{L'} = \underline{111{,}372\ \text{kN}}$

$V_e^{L'} = V_e^L - F_2 = 111{,}372 - 40 = \underline{71{,}372\ \text{kN}}$

v bodě f: $V_f^L = V_e^{L'} = \underline{71{,}372\ \text{kN}}$

$V_f^{L'} = V_f^L - F_{3z} = 71{,}372 - 12{,}188 = \underline{59{,}194\ \text{kN}}$

v bodě b: $V_b^L = V_f^{L'} - Q_3 = 59{,}194 - 97{,}2 = \underline{-38{,}016\ \text{kN}}$

$V_b^{L'} = V_b^L - F_4 + V_b = -38{,}016 - 34 + 72{,}016 = \underline{0}$

Z průběhu posouvajících sil je pravděpodobné, že nebezpečný průřez bude s největší pravděpodobností v bodě a.

3) Výpočet průběhu ohybových momentů(znaménková konvence)

- Z bodu c do bodu d je průběh křivka 2.stupně, v bodě d je zlom.
- Z bodu d do bodu a je průběh křivka 2.stupně, v bodě a je zlom.
- Z bodu a do bodu e je průběh lineární (křivka 1.stupně), v bodě e je zlom.
- Z bodu e do bodu f je průběh lineární (křivka 1.stupně), v bodě f je zlom.
- Z bodu f do bodu b je průběh křivka 3.stupně.

v bodě c: $M_c^L = \underline{0}$
v bodě d: $M_d^L = -Q_1 \,.\, 0{,}5 = -49 \,.\, 0{,}5 = \underline{-24{,}5\ \text{kNm}}$
v bodě a: $M_a^L = -Q_1 \,.\, 2{,}5 - F_{1z} \,.\, 2 - Q_2 \,.\, 1 = -49 \,.\, 2{,}5 - 51{,}607 \,.\, 2 - 98 \,.\, 1 = \underline{-323{,}714\ \text{kNm}}$
v bodě e: $M_e^L = -Q_1 \,.\, 3{,}9 - F_{1z} \,.\, 3{,}4 - Q_2 \,.\, 2{,}4 + V_a \,.\, 1{,}4 = -49 \,.\, 3{,}9 - 51{,}607 \,.\, 3{,}4 - 98 \,.\, 2{,}4 + 309{,}979 \,.\, 1{,}4 = \underline{-167{,}7932\ \text{kNm}}$
v bodě f: $M_f^P = V_b \,.\, 3{,}6 - F_4 \,.\, 3{,}6 - Q_3 \,.\, 2{,}4 = 72{,}016 \,.\, 3{,}6 - 34 \,.\, 3{,}6 - 97{,}2 \,.\, 2{,}4 = \underline{-96{,}4224\text{kNm}}$
v bodě b: $M_b^P = \underline{0}$

Poznámka: NEBEZPEČNÝ PRŮŘEZ je v bodě **a**, tzn. že ohybový moment má v tomto místě maximální hodnotu o velikost 323,714 kNm.