

Mongeovo zobrazení

Vzájemná poloha dvou přímek



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vzájemná poloha dvou přímek

Vzájemná poloha dvou přímek

Dvě přímky a , b mohou být v prostoru:

Vzájemná poloha dvou přímek

Dvě přímky a , b mohou být v prostoru:

a) rovnoběžné totožné $a = b$

Vzájemná poloha dvou přímek

Dvě přímky a , b mohou být v prostoru:

a) rovnoběžné totožné $a = b$

b) rovnoběžné různé $a \parallel b \wedge a \neq b$

Vzájemná poloha dvou přímek

Dvě přímky a , b mohou být v prostoru:

- a) rovnoběžné totožné $a = b$
- b) rovnoběžné různé $a \parallel b \wedge a \neq b$
- c) různoběžné $a \cap b = \{R\}$

Vzájemná poloha dvou přímek

Dvě přímky a , b mohou být v prostoru:

- a) rovnoběžné totožné $a = b$
- b) rovnoběžné různé $a \parallel b \wedge a \neq b$
- c) různoběžné $a \cap b = \{R\}$
- d) mimoběžné $a \cap b = \emptyset \wedge a \not\parallel b$

Vzájemná poloha dvou přímek

Vzájemná poloha dvou přímk

Nejprve si připomeneme věty, které platí pro rovnoběžné průměty přímk.

Vzájemná poloha dvou přímek

Nejprve si připomeneme věty, které platí pro rovnoběžné průměty přímek.

Věta o rovnoběžném průmětu rovnoběžných přímek

Rovnoběžným průmětem rovnoběžných přímek, které nejsou promítací, jsou rovnoběžné přímky.

Rovnoběžným průmětem rovnoběžných různých přímek, které jsou promítací, jsou dva různé body.

Vzájemná poloha dvou přímek

Nejprve si připomeneme věty, které platí pro rovnoběžné průměty přímek.

Věta o rovnoběžném průmětu rovnoběžných přímek

Rovnoběžným průmětem rovnoběžných přímek, které nejsou promítací, jsou rovnoběžné přímky.

Rovnoběžným průmětem rovnoběžných různých přímek, které jsou promítací, jsou dva různé body.

Věta o rovnoběžném průmětu různoběžných přímek

Rovnoběžným průmětem různoběžných přímek, z nichž žádná není promítací, jsou různoběžné přímky nebo přímky splývající.

Vzájemná poloha dvou přímek

Vzájemná poloha dvou přímek

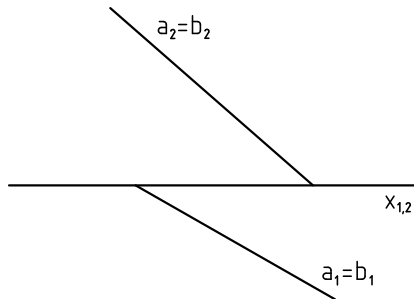
Rovnoběžné totožné přímky

Jsou-li přímky a , b totožné, pak $a_1 = b_1$ a zároveň $a_2 = b_2$.

Vzájemná poloha dvou přímek

Rovnoběžné totožné přímky

Jsou-li přímky a , b totožné, pak $a_1 = b_1$ a zároveň $a_2 = b_2$.



Vzájemná poloha dvou přímek

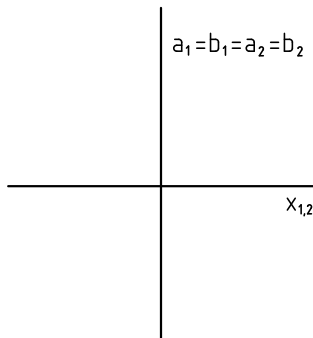
Rovnoběžné totožné přímky

Vyloučíme-li z našich úvah přímky, které jsou kolmé k základnici x a zároveň různoběžné s oběma průmětnami, platí i opačné tvrzení. Je-li $a_1 = b_1$ a zároveň $a_2 = b_2$, pak přímky a , b jsou totožné.

Vzájemná poloha dvou přímek

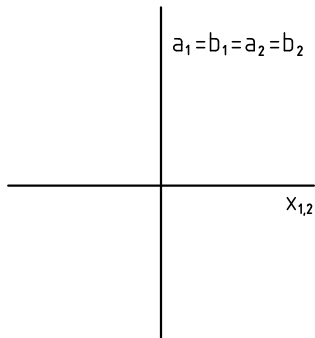
Rovnoběžné totožné přímky

Vyloučíme-li z našich úvah přímky, které jsou kolmé k základnici x a zároveň různoběžné s oběma průmětnami, platí i opačné tvrzení. Je-li $a_1 = b_1$ a zároveň $a_2 = b_2$, pak přímky a, b jsou totožné.



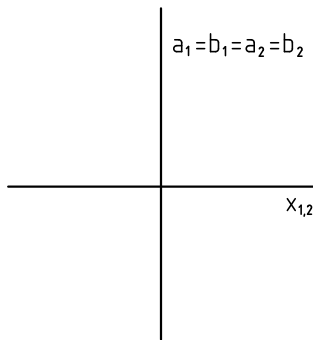
Vzájemná poloha dvou přímek

Jelikož přímky kolmé k základnici x a zároveň různoběžné s oběma průmětnami, nejsou jednoznačně určeny svým půdorysem a nárysem, nebudeme je dále uvažovat.



Vzájemná poloha dvou přímek

Abychom mohli rozhodnout o vzájemné poloze přímek a , b , pro které platí $a_1 = b_1 = a_2 = b_2$, je třeba znát jisté konstrukce, které uvedeme později.



Vzájemná poloha dvou přímek

Vzájemná poloha dvou přímek

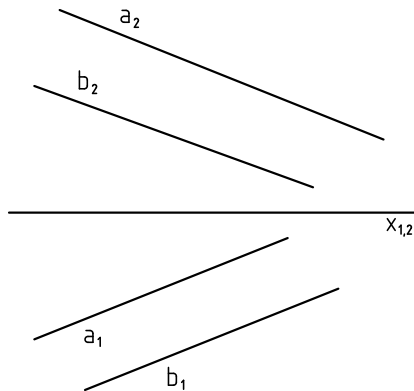
Rovnoběžné různé přímky

Jsou-li přímky a , b rovnoběžné různé a zároveň nejsou kolmé k žádné průmětně, pak $a_1 \parallel b_1$ a zároveň $a_2 \parallel b_2$.

Vzájemná poloha dvou přímek

Rovnoběžné různé přímky

Jsou-li přímky a , b rovnoběžné různé a zároveň nejsou kolmé k žádné průmětně, pak $a_1 \parallel b_1$ a zároveň $a_2 \parallel b_2$.



Vzájemná poloha dvou přímek

Vzájemná poloha dvou přímek

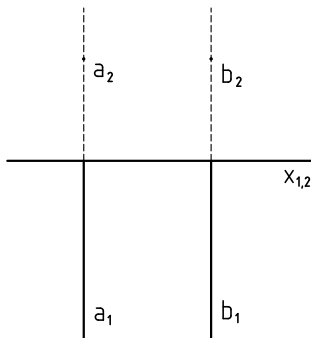
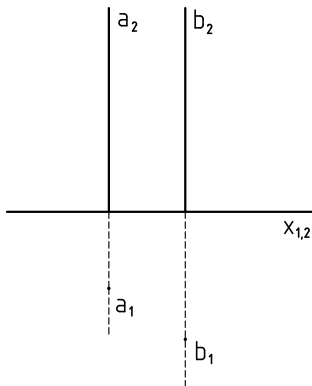
Rovnoběžné různé přímky

Jsou-li přímky a , b rovnoběžné různé a zároveň kolmé například k první průmětně, pak průdorysy a_1 , b_1 jsou dva různé body a zároveň $a_2 \parallel b_2$.

Vzájemná poloha dvou přímek

Rovnoběžné různé přímky

Jsou-li přímky a , b rovnoběžné různé a zároveň kolmé například k první průmětně, pak průdorysy a_1 , b_1 jsou dva různé body a zároveň $a_2 \parallel b_2$.



Vzájemná poloha dvou přímek

Vzájemná poloha dvou přímek

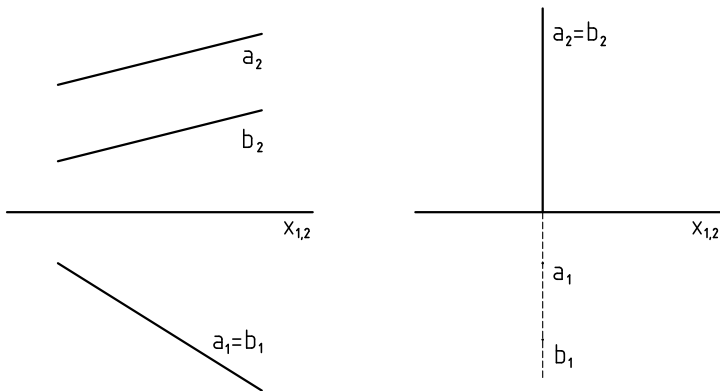
Rovnoběžné různé přímky

Dále může nastat situace, kdy půdorysy či nárysy rovnoběžných různých přímek splynou. Platí tedy $a_1 = b_1 \wedge a_2 \neq b_2$,
resp. $a_1 \neq b_1 \wedge a_2 = b_2$

Vzájemná poloha dvou přímek

Rovnoběžné různé přímky

Dále může nastat situace, kdy půdorysy či nárysy rovnoběžných různých přímek splynou. Platí tedy $a_1 = b_1 \wedge a_2 \neq b_2$, resp. $a_1 \neq b_1 \wedge a_2 = b_2$



Vzájemná poloha dvou přímek

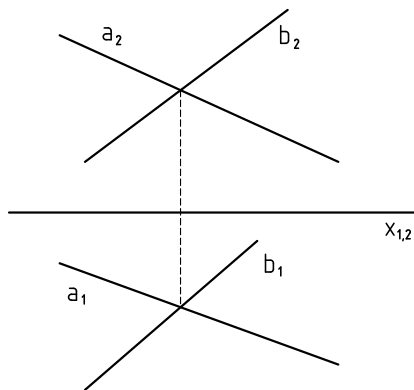
Různoběžné přímky

Jsou-li přímky a , b různoběžné, žádná z nich není kolmá k průmětně a zároveň jejich průměty nesplývají, pak průsečík půdorysů ($a_1 \cap b_1$) a průsečík narysů ($a_2 \cap b_2$) leží na ordinále.

Vzájemná poloha dvou přímek

Různoběžné přímky

Jsou-li přímky a , b různoběžné, žádná z nich není kolmá k průmětně a zároveň jejich průměty nesplývají, pak průsečík půdorysů ($a_1 \cap b_1$) a průsečík narysů ($a_2 \cap b_2$) leží na ordinále.



Vzájemná poloha dvou přímek

Vzájemná poloha dvou přímek

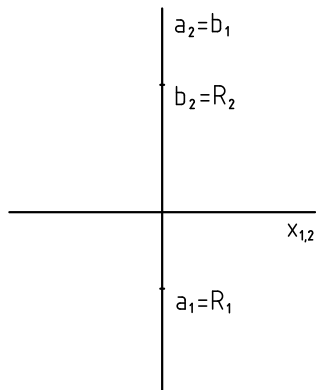
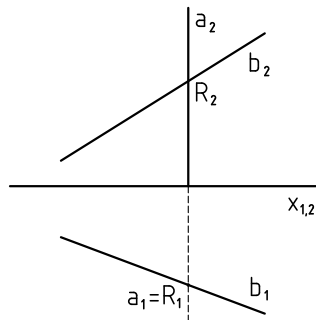
Různoběžné přímky

Je-li jedna z různoběžných přímek a , b kolmá k některé průmětně, leží průmět této přímky, který se zobrazí jako bod, na příslušném průmětu druhé přímky.

Vzájemná poloha dvou přímek

Různoběžné přímky

Je-li jedna z různoběžných přímek a , b kolmá k některé průmětně, leží průmět této přímky, který se zobrazí jako bod, na příslušném průmětu druhé přímky.



Vzájemná poloha dvou přímek

Vzájemná poloha dvou přímek

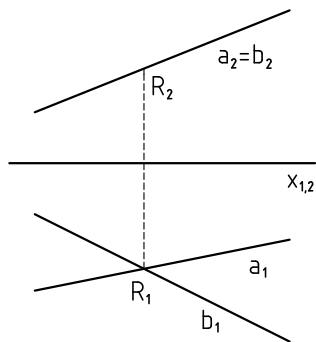
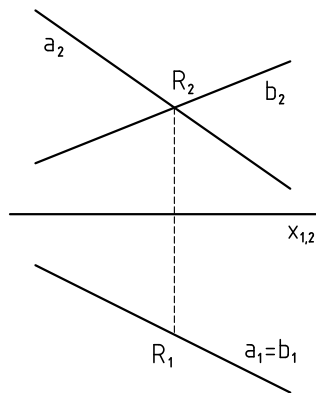
Různoběžné přímky

Průměty různoběžných přímek mohou také v jednom průmětu splynout ($a_1 = b_1$, nebo $a_2 = b_2$). V tomto případě musí být nesplývající průměty různoběžné.

Vzájemná poloha dvou přímek

Různoběžné přímky

Průměty různoběžných přímek mohou také v jednom průmětu splynout ($a_1 = b_1$, nebo $a_2 = b_2$). V tomto případě musí být nesplývající průměty různoběžné.



Vzájemná poloha dvou přímek

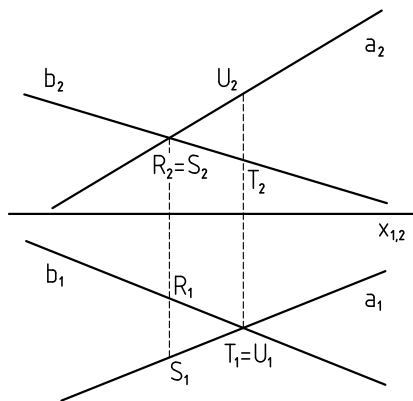
Mimoběžné přímky

Jsou-li přímky a , b mimoběžné, mohou se jejich půdorysy i nárýsy zobrazit jako různoběžky, přičemž musí platit, že průsečík půdorysů a průsečík nárýsů neleží na ordinále.

Vzájemná poloha dvou přímek

Mimoběžné přímky

Jsou-li přímky a , b mimoběžné, mohou se jejich půdorysy i nárýsy zobrazit jako různoběžky, přičemž musí platit, že průsečík půdorysů a průsečík nárýsů neleží na ordinále.



Vzájemná poloha dvou přímek

Vzájemná poloha dvou přímek

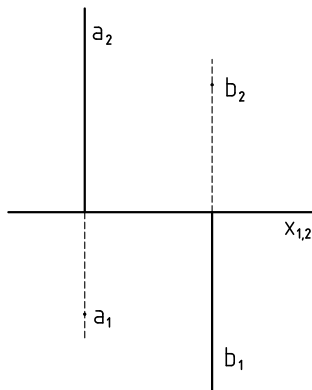
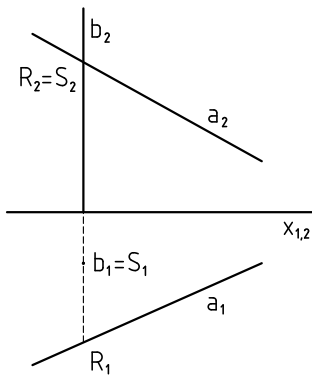
Mimoběžné přímky

Je-li alespoň jedna z mimoběžných přímek a , b kolmá na některou průmětnu, zobrazí se v tomto průmětu jako bod, který neleží na příslušném průmětu druhé přímky.

Vzájemná poloha dvou přímek

Mimoběžné přímky

Je-li alespoň jedna z mimoběžných přímek a , b kolmá na některou průmětnu, zobrazí se v tomto průmětu jako bod, který neleží na příslušném průmětu druhé přímky.



Vzájemná poloha dvou přímek

Vzájemná poloha dvou přímek

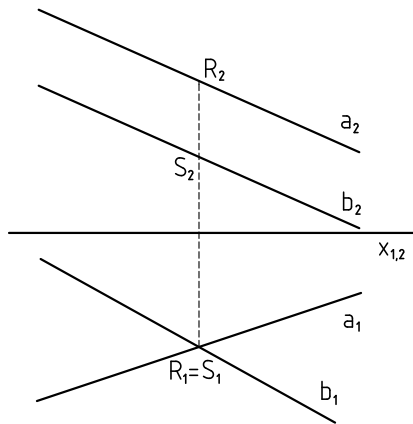
Mimoběžné přímky

Průměty mimoběžných přímek mohou být také v jednom z průmětů rovnoběžné a ve druhém z průmětů různoběžné.

Vzájemná poloha dvou přímek

Mimoběžné přímky

Průměty mimoběžných přímek mohou být také v jednom z průmětů rovnoběžné a ve druhém z průmětů různoběžné.



Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

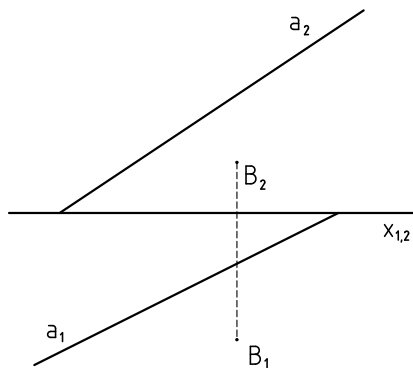
Příklad č. 1

Sestrojte přímku b , která prochází bodem B a je rovnoběžná s přímkou a .

Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 1

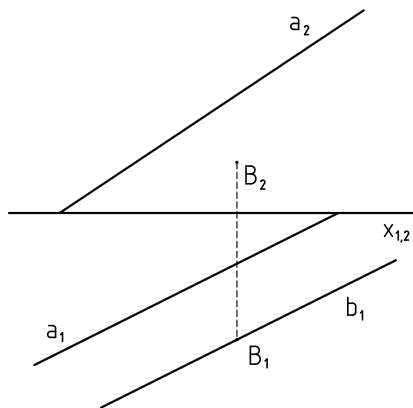
Sestrojte přímku b , která prochází bodem B a je rovnoběžná s přímkou a .



Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 1 - řešení

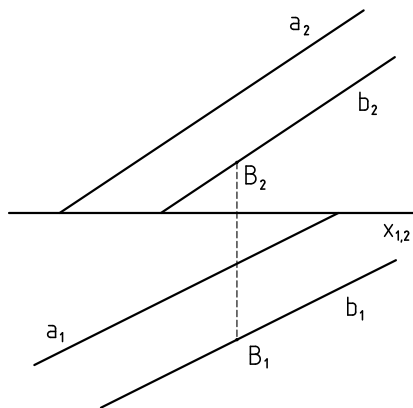
Půdorys hledané přímky b prochází půdorysem bodu B a je rovnoběžný s půdorysem přímky a .



Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 1 - řešení

Nárys hledané přímky b prochází nárysem bodu B a je rovnoběžný s nárysem přímky a .

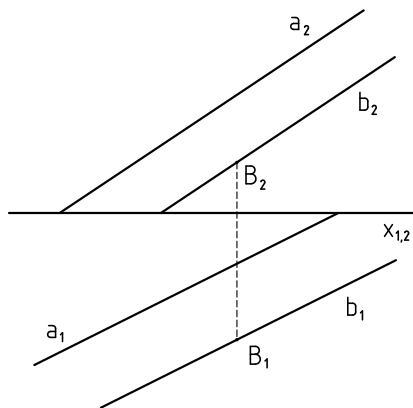


Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 1 - řešení

Nárys hledané přímky b prochází nárysem bodu B a je rovnoběžný s nárysem přímky a .

Animace 1



Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

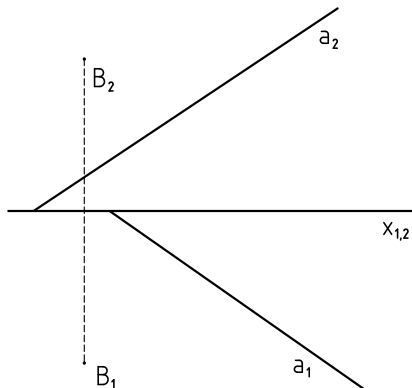
Příklad č. 2

Sestrojte přímku b procházející bodem B , která je rovnoběžná s půdorysnou π a různoběžná s přímkou a .

Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 2

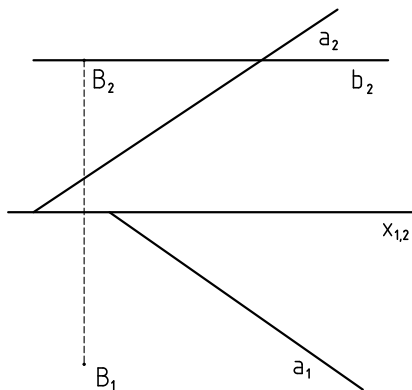
Sestrojte přímku b procházející bodem B , která je rovnoběžná s půdorysnou π a různoběžná s přímkou a .



Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 2 - řešení

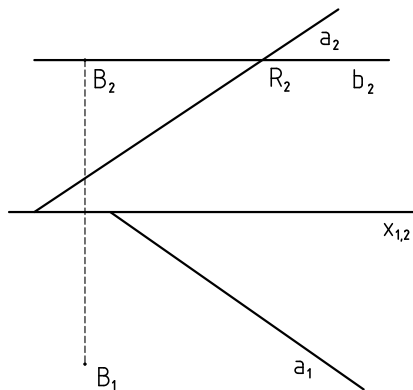
Nárys hledané přímky b prochází nárysem bodu B a je rovnoběžný se základnicí $x_{1,2}$.



Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 2 - řešení

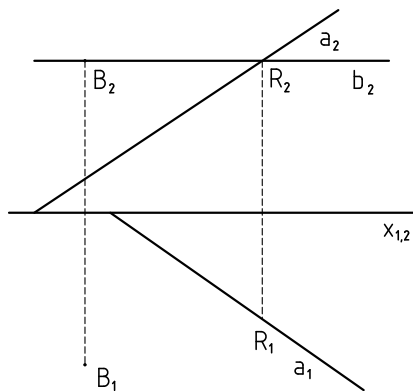
Bod, ve kterém se protínají nárysy přímek a , b , označíme R_2 .



Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 2 - řešení

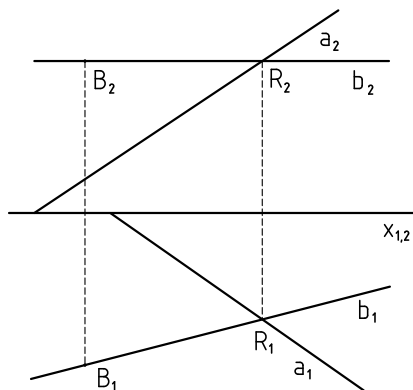
Sestrojíme půdorys bodu R . ($R_1 \in a_1$)



Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 2 - řešení

Půdorys hledané přímky b je určen půdorysem bodu B a půdorysem bodu R .

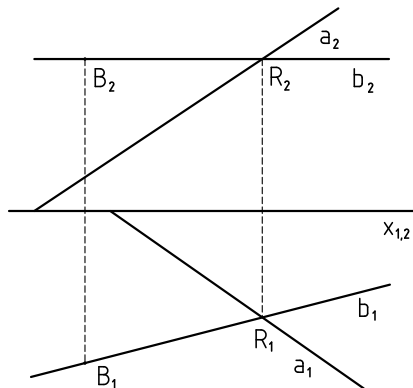


Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 2 - řešení

Půdorys hledané přímky b je určen půdorysem bodu B a půdorysem bodu R .

Animace 2



Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

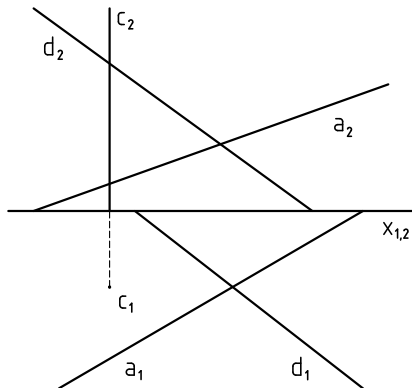
Příklad č. 3

Sestrojte přímku b , která je různoběžná s přímkami $c \perp \pi$, d a rovnoběžná s přímkou a .

Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 3

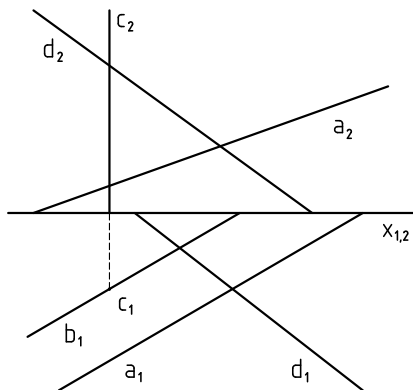
Sestrojte přímku b , která je různoběžná s přímkami $c \perp \pi$, d a rovnoběžná s přímkou a .



Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 3 - řešení

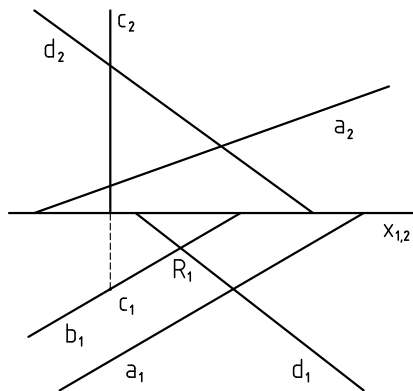
Půdorys hledané přímky b prochází bodem c_1 a je rovnoběžný s půdorysem přímky a .



Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 3 - řešení

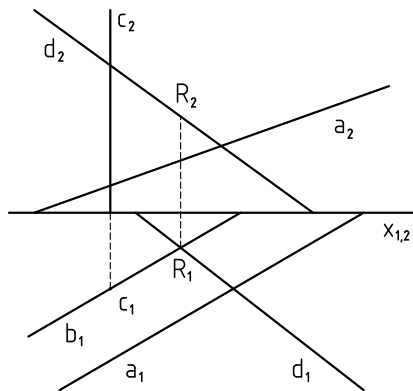
Bod, ve kterém se protínají půdorysy přímek b , d , označíme R_1 .



Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 3 - řešení

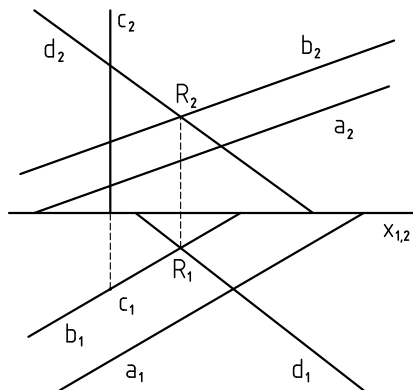
Sestrojíme nárys bodu R . ($R_2 \in d_2$)



Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 3 - řešení

Nárys hledané přímky b prochází bodem R_2 a je rovnoběžný s nárysem přímky a .

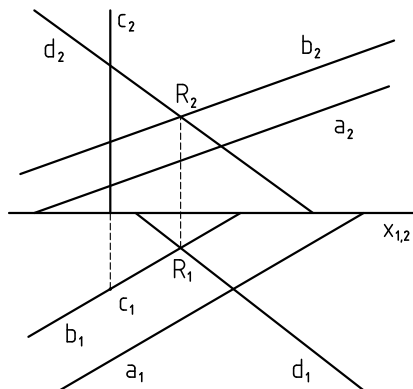


Vzájemná poloha dvou přímek - příklady

Příklad č. 3 - řešení

Nárys hledané přímky b prochází bodem R_2 a je rovnoběžný s nárysem přímky a .

Animace 3



Prezentaci vytvořil Petr Kozák, vyučující všeobecně vzdělávacích předmětů
na Střední průmyslové škole stavební, Opava, příspěvková organizace.
Prezentace je určena pro podporu výuky deskriptivní geometrie na středních školách.
Je v souladu s rámcovými vzdělávacími programy.

Vytvořeno v rámci projektu „Nová cesta za poznáním“, reg. číslo CZ.1.07/1.5.00/34.0034,
za finanční podpory Evropského sociálního fondu a rozpočtu České republiky.



Uvedená práce (dílo) podléhá licenci Creative Commons

Uveďte autora – Nevyužívejte dílo komerčně – Zachovejte licenci 3.0 Česko

