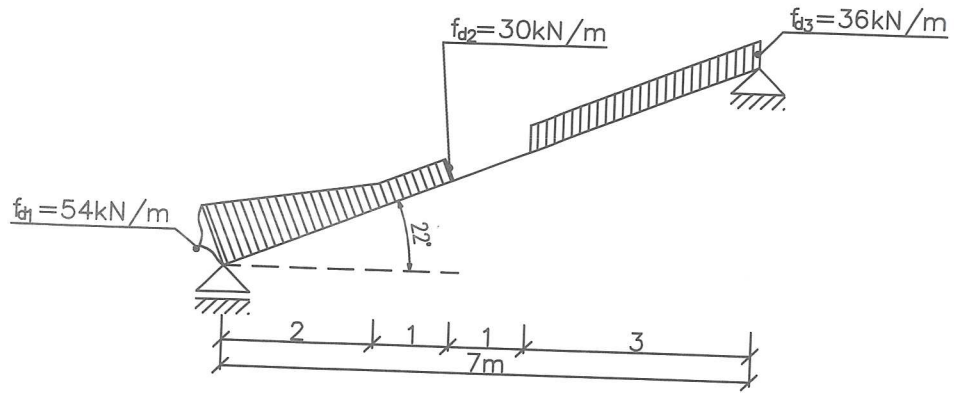
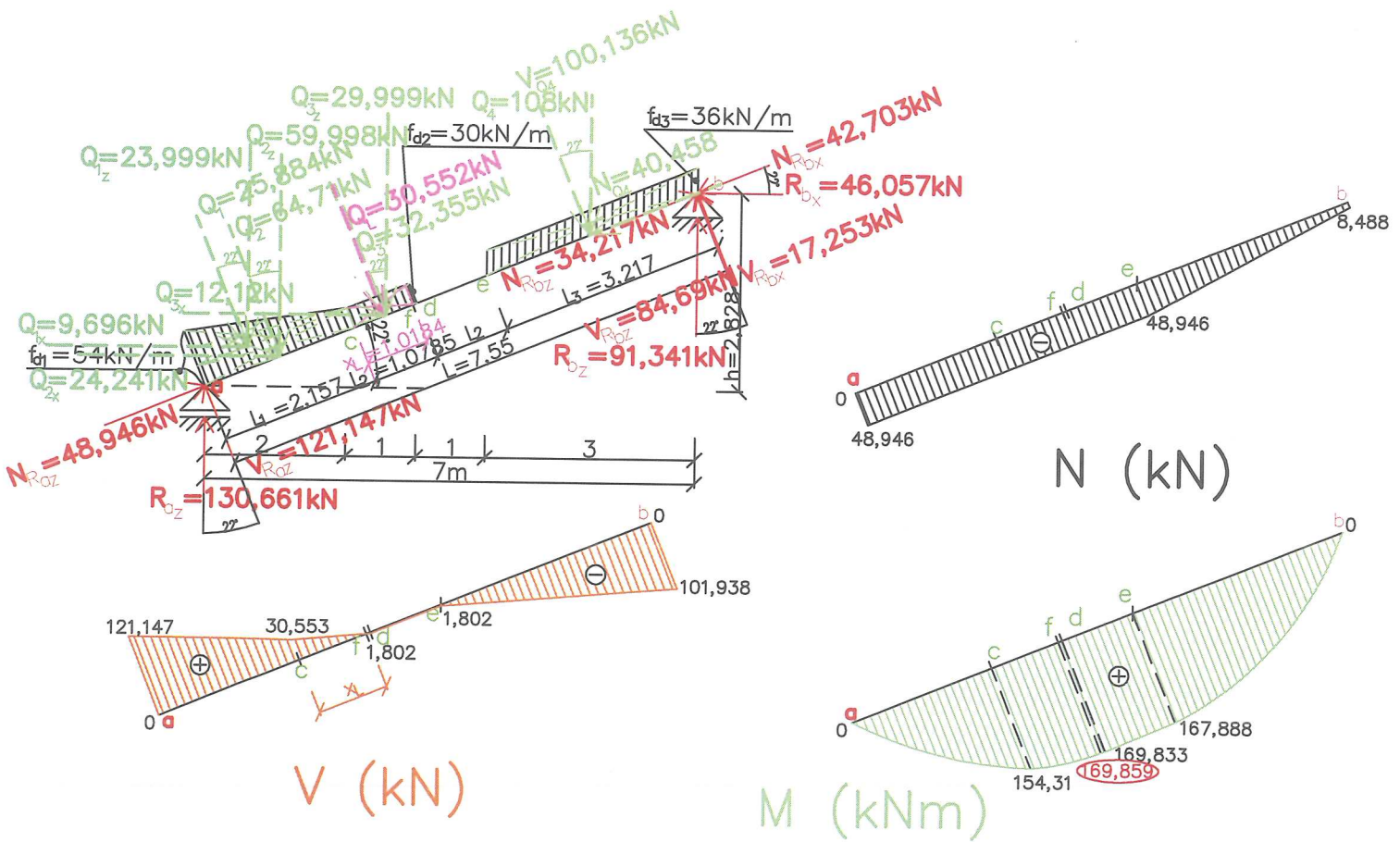


2.4.2 Šikmý nosník zatížený spojitými zatíženími

ZADÁNÍ



ŘEŠENÍ



Při řešení šikmých nosníků je potřeba také včas identifikovat, zda spojité zatížení působí kolmo na osu nosníku (tak jako u tohoto příkladu třeba spojité zatížení  $f_{d1}$  a  $f_{d2}$ ) nebo zda působí svisle (u tohoto příkladu  $f_{d3}$ ) nebo vodorovně (u tohoto příkladu se takové spojité zatížení nevyskytuje). Podle toho, jak spojité zatížení na nosník působí, se pak počítá velikost náhradního břemena.

### POSTUP K ŘEŠENÍ:

#### A/ VYŘEŠÍME REAKCE

- 1) Vypočítáme potřebné vzdálenosti na nosníku

$$\operatorname{tg} 22^\circ = h / 7$$

$$h = 7 \cdot \operatorname{tg} 22^\circ = \underline{2,828 \text{ m}}$$

$$\cos 22^\circ = 7 / L$$

$$L = 7 / \cos 22^\circ$$

$$\underline{L = 7,55 \text{ m}}$$

$$\cos 22^\circ = 2 / L_1$$

$$L_1 = 2 / \cos 22^\circ$$

$$\underline{L_1 = 2,157 \text{ m}}$$

$$\cos 22^\circ = 1 / L_2$$

$$L_2 = 1 / \cos 22^\circ$$

$$\underline{L_2 = 1,0785 \text{ m}}$$

$$\cos 22^\circ = 3 / L_3$$

$$L_3 = 3 / \cos 22^\circ$$

$$\underline{L_3 = 3,236 \text{ m}}$$

- 2) Vypočítáme náhradní břemena

$$Q_1 = \frac{1}{2} \cdot (f_{d1} - f_{d2}) \cdot L_1 = \frac{1}{2} \cdot (54 - 30) \cdot 2,157 = 25,884 \text{ kN}$$

$$Q_2 = f_{d2} \cdot L_1 = 30 \cdot 2,157 = 64,71 \text{ kN}$$

$$Q_3 = f_{d2} \cdot L_2 = 30 \cdot 1,0785 = 32,355 \text{ kN}$$

$$Q_4 = f_{d3} \cdot 3 = 36 \cdot 3 = 108 \text{ kN}$$

- 3) Rozložení náhradních břemen na vodorovné a svislé složky a na normálové a posouvající složky

$$Q_1 \begin{cases} Q_{1x} = Q_1 \cdot \sin 22^\circ = 25,884 \cdot \sin 22^\circ = \underline{9,696 \text{ kN}} \\ Q_{1z} = Q_1 \cdot \cos 22^\circ = 25,884 \cdot \cos 22^\circ = \underline{23,999 \text{ kN}} \end{cases}$$

$$Q_2 \begin{cases} Q_{2x} = Q_2 \cdot \sin 22^\circ = 64,71 \cdot \sin 22^\circ = \underline{24,241 \text{ kN}} \\ Q_{2z} = Q_2 \cdot \cos 22^\circ = 64,71 \cdot \cos 22^\circ = \underline{59,998 \text{ kN}} \end{cases}$$

$$Q_3 \begin{cases} Q_{3x} = Q_3 \cdot \sin 22^\circ = 32,355 \cdot \sin 22^\circ = \underline{12,12 \text{ kN}} \\ Q_{3z} = Q_3 \cdot \cos 22^\circ = 32,355 \cdot \cos 22^\circ = \underline{29,999 \text{ kN}} \end{cases}$$

$$Q_4 \begin{cases} N_{Q4} = Q_4 \cdot \sin 22^\circ = 108 \cdot \sin 22^\circ = \underline{40,458 \text{ kN}} \\ V_{Q4} = Q_4 \cdot \cos 22^\circ = 108 \cdot \cos 22^\circ = \underline{100,136 \text{ kN}} \end{cases}$$

- 4) Výpočet reakcí

a) Označíme podpory **a, b** a další zajímavé místo **c, d, e**

b) Podle typu podpory naznačíme předpokládané reakce.



c) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy x vypočítáme reakci  $R_{bx}$ .

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0 \quad \begin{array}{c} - \\ \leftarrow \\ + \\ \rightarrow \end{array}$$

$$\begin{aligned} Q_{1x} + Q_{2x} + Q_{3x} + R_{bx} &= 0 \\ 9,696 + 24,241 + 12,12 + R_{bx} &= 0 \\ R_{bx} &= \underline{-46,057 \text{ kN}} \leftarrow \end{aligned}$$

e) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu b si vypočítáme reakci  $R_{az}$ .

$$\sum_{i=1}^n M_{bi} = 0 \quad \begin{array}{c} + \\ \curvearrowright \\ - \\ \curvearrowleft \end{array}$$

$$\begin{aligned} R_{az} \cdot 7 - Q_1 \cdot 6,831 - Q_2 \cdot 6,4715 - Q_3 \cdot 4,85375 - Q_4 \cdot 1,5 &= 0 \\ R_{az} \cdot 7 - 25,884 \cdot 6,831 - 64,71 \cdot 6,4715 - 32,355 \cdot 4,85375 - 108 \cdot 1,5 &= 0 \\ R_{az} \cdot 7 &= 914,627 \\ R_{az} &= \underline{130,661 \text{ kN}} \quad \curvearrowright \end{aligned}$$

f) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu a si vypočítáme reakci  $R_{bz}$ .

$$\sum_{i=1}^n M_{ai} = 0 \quad \begin{array}{c} + \\ \curvearrowright \\ - \\ \curvearrowleft \end{array}$$

$$\begin{aligned} Q_1 \cdot 0,719 + Q_2 \cdot 1,0785 + Q_3 \cdot 2,69625 + Q_4 \cdot 5,5 - R_{bx} \cdot 2,828 + R_{bz} \cdot 7 &= 0 \\ 25,884 \cdot 0,719 + 64,71 \cdot 1,0785 + 32,355 \cdot 2,69625 + 108 \cdot 5,5 - 46,057 \cdot 2,828 + R_{bz} \cdot 7 &= 0 \\ R_{bz} \cdot 7 &= -639,388 \\ R_{bz} &= \underline{-91,341 \text{ kN}} \quad \curvearrowleft \end{aligned}$$

g) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy z si ověříme správnost našeho výpočtu při určování reakce  $R_{az}$  a  $R_{bz}$ .

$$\sum_{i=1}^n F_{zi} = 0 \quad \begin{array}{c} + \\ \uparrow \\ - \\ \downarrow \end{array}$$

$$\begin{aligned} R_{az} - Q_{1z} - Q_{2z} - Q_{3z} - Q_4 + R_{bz} &= 0 \\ 130,661 - 23,999 - 59,998 - 29,999 - 108 + 91,341 &= 0 \\ \underline{0,006} &\stackrel{\circ}{=} 0 \quad \checkmark \end{aligned}$$


## B/ VYŘEŠÍME PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL

Také reakce si rozložíme na normálové a posouvající síly.

$$\begin{aligned} R_{az} &\begin{cases} N_{az} = R_{az} \cdot \sin 22^\circ = 130,661 \cdot \sin 22^\circ = \underline{48,946 \text{ kN}} \\ V_{az} = R_{az} \cdot \cos 22^\circ = 130,661 \cdot \cos 22^\circ = \underline{121,147 \text{ kN}} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{bx} &\begin{cases} N_{bx} = R_{bx} \cdot \cos 22^\circ = 46,057 \cdot \cos 22^\circ = \underline{42,703 \text{ kN}} \\ V_{bx} = R_{bx} \cdot \sin 22^\circ = 46,057 \cdot \sin 22^\circ = \underline{17,253 \text{ kN}} \end{cases} \end{aligned}$$

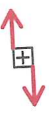
$$R_{bz} \begin{cases} N_{bz} = R_{bz} \cdot \sin 22^\circ = 91,341 \cdot \sin 22^\circ = \underline{34,217 \text{ kN}} \\ V_{bz} = R_{bz} \cdot \cos 22^\circ = 91,341 \cdot \cos 22^\circ = \underline{84,69 \text{ kN}} \end{cases}$$

- 1) Průběh normálových sil na nosníku (znaménková konvence )  
Mezi dvěma osamělými břemeny je vždy konstantní průběh. V působišti osamělého břemena se vždy tento průběh mění skokem právě o hodnotu této normálové síly.

v bodě a:  $N_a^L = N_{az} = -48,946 \text{ kN}$

v bodě c, d, e:  $N_c^L = N_d^L = N_e^L = N_a^L = \underline{-48,946 \text{ kN}}$

v bodě b:  $N_b^L = N_e^L + N_{Q4} = -48,946 + 40,458 = \underline{-8,488 \text{ kN}}$

- 2) Průběh posouvajících sil na nosníku (znaménková konvence )  
Mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení je vždy lineární průběh (křivka 1. stupně). Mezi začátkem a koncem spojitěho trojúhelníkového zatížení je vždy křivka 2. stupně. Mezi dvěma osamělými břemeny, tzn i mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení, mezi kterými není žádné zatížení, je vždy konstantní průběh. Místo, kde mění spojitě zatížení svou velikost, se projeví v průběhu sil zlomem.

v bodě a:  $V_a^L = V_{az} = \underline{121,147 \text{ kN}}$

v bodě c:  $V_c^L = V_a^L - Q_1 - Q_2 = 121,147 - 25,884 - 64,71 = \underline{30,553 \text{ kN}}$

v bodě d:  $V_d^L = V_c^L - Q_3 = 30,553 - 32,355 = \underline{-1,802 \text{ kN}}$

v bodě e:  $V_e^L = V_d^L = \underline{-1,802 \text{ kN}}$

v bodě b:  $V_b^L = V_e^L - V_{Q4} = -1,802 - 100,136 = \underline{-101,938 \text{ kN}}$

Z průběhu posouvajících sil je pravděpodobné, že mezi bodem c a d se bude vyskytovat nebezpečný průřez, proto určíme jeho polohu a místo označíme jako průřez f.

Vzdálenost můžeme určit buď od bodu c (označíme  $x_L$ ) nebo do bodu d (označíme  $x_P$ ).

$$x_L = IV_c^L I / f_{d2} = 30,553/30 = 1,0184 \text{ m}$$

$$x_P = IV_d^L I / f_{d2} = 1,802/30 = 0,06 \text{ m}$$


Místo nebezpečného průřezu označíme f.

Určíme náhradní břemeno zleva, tj. spojitěho rovnoměrného zatížení od bodu c do f, které označíme např.  $Q_L$ .

$$Q_L = f_{d2} \cdot x_L = 30 \cdot 1,0184 = 30,552 \text{ kN}$$

nebo: Určíme náhradní břemeno zprava, tj. spojitěho rovnoměrného zatížení od bodu f do d, které označíme např.  $Q_P$ .

$$Q_P = f_{d2} \cdot x_P = 30 \cdot 0,06 = 1,8 \text{ kN}$$

- 3) Průběh ohybových momentů na nosníku (znaménková konvence )  
Mezi dvěma osamělými břemeny, tzn i mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení, mezi kterými není žádné zatížení, je vždy lineární průběh (křivka 1. stupně). Mezi začátkem a koncem spojitěho rovnoměrného zatížení je vždy průběh křivka 2. stupně. Mezi začátkem a koncem spojitěho trojúhelníkového zatížení je vždy průběh křivka 3. stupně. Místo, kde mění rovnoměrně spojitě zatížení svou velikost, se projeví v průběhu momentů zlomem.

v bodě a:  $M_a^L = 0$

v bodě c:  $M_c^L = R_{az} \cdot 2 - Q_1 \cdot 1,438 - Q_2 \cdot 1,0785 = 130,661 \cdot 2 - 25,884 \cdot 1,438 - 64,71 \cdot 1,0785 = 154,31 \text{ kNm}$

v bodě f:  $M_f^L = V_{az} \cdot 3,1754 - Q_1 \cdot 2,4564 - Q_2 \cdot 2,2587 - Q_L \cdot 0,901 = 121,147 \cdot 3,1754 - 25,884 \cdot 2,4564 - 64,71 \cdot 2,0969 - 30,552 \cdot 0,5092 = 169,859 \text{ kNm}$  (nebezpečný průřez)

v bodě d:  $M_d^P = V_{bz} \cdot 3,236 + V_{bx} \cdot 4,3145 - Q_4 \cdot 2,5 = 17,253 \cdot 4,3145 + 84,69 \cdot 4,3145 - 108 \cdot 2,5 = 169,833 \text{ kNm}$

v bodě b:  $M_b^P = 0$

**Poznámka:** NEBEZPEČNÝ PRŮŘEZ je v bodě f, kde je maximální ohybový moment o velikosti cca 169,859 kNm.