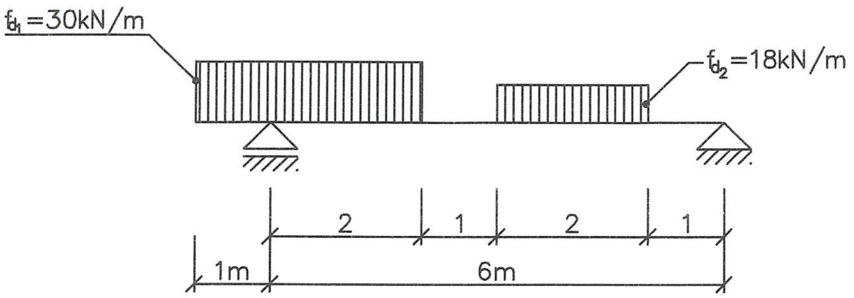
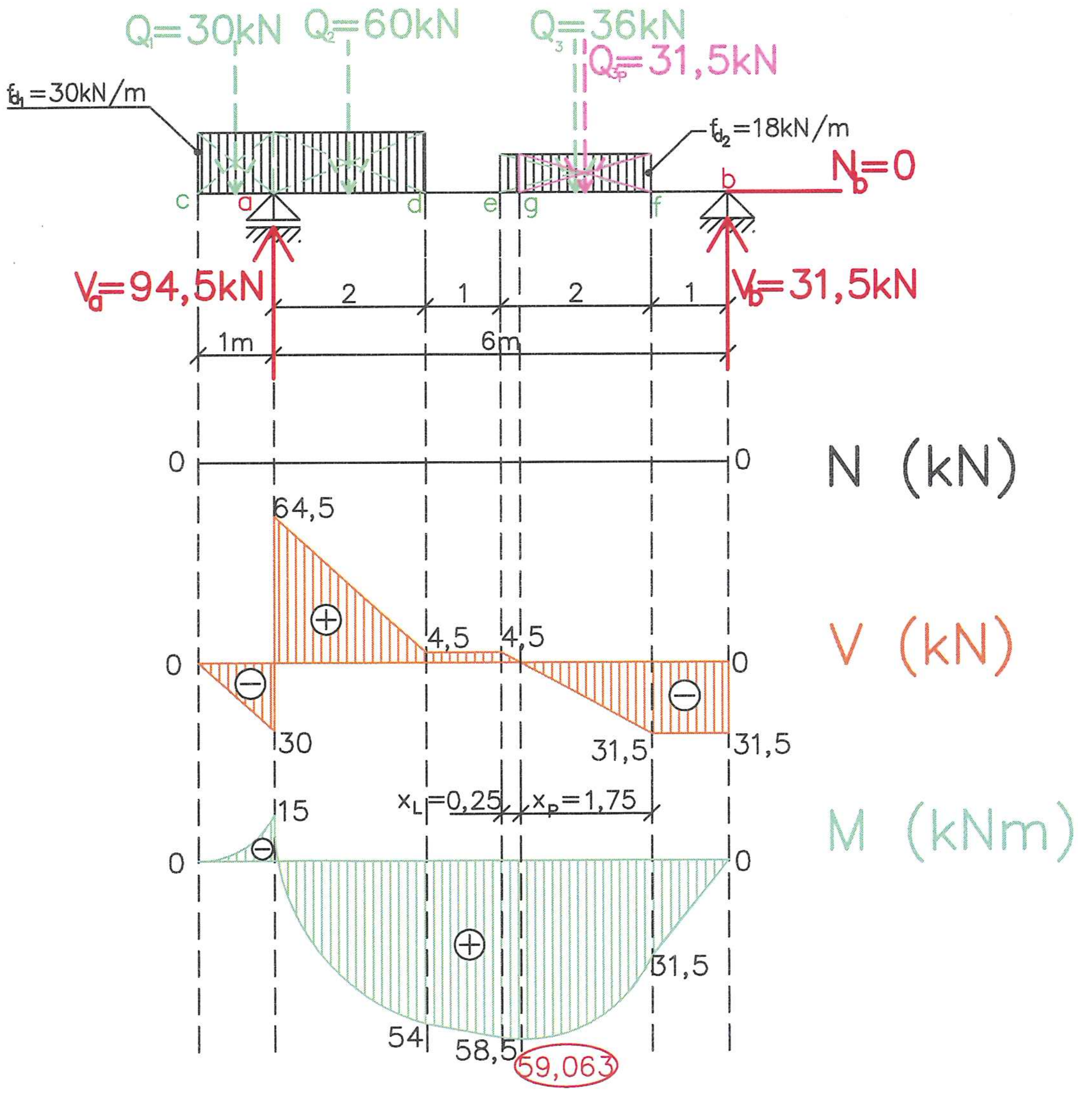
2.1.3 Prostý nosník s převislým koncem zatížený spojitým rovnoměrným zatížením

ZADÁNÍ



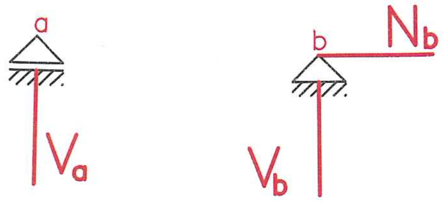
ŘEŠENÍ



POSTUP K ŘEŠENÍ:

A/ VYŘEŠÍME REAKCE

1) Označíme podpory a,b a další zajímavá místa c, d, e, f
2) Naznačíme průběh reakcí podle typu podpory



3) Vypočítáme náhradní břemena

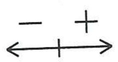
   Spojité rovnoměrné zatížení rozdělíme na úsek mezi body c a a(Q_1), mezi body a a d (Q_2) a mezi body e a f (Q_3).

   $Q_1 = f_{d1} \, . \, 1 = 30 \, . \, 1 = 30$ kN
   $Q_2 = f_{d1} \, . \, 2 = 30 \, . \, 2 = 60$ kN
   $Q_2 = f_{d2} \, . \, 2 = 18 \, . \, 2 = 36$ kN

4) Vypočítáme reakce

   a) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy **x** vypočítáme reakci N_b.

$$\sum_{i=1}^{n} F_{xi} = 0$$



$N_b = \underline{0}$

   b) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu b vypočítáme reakci V_a.

$$\sum_{i=1}^{n} M_{bi} = 0$$

$$- Q_1 \, . \, 6{,}5 + V_a \, . \, 6 - Q_2 \, . \, 5 - Q_3 \, . \, 2 = 0$$

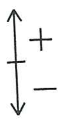
$$- 30 \, . \, 6{,}5 + V_a \, . \, 6 - 60 \, . \, 5 - 36 \, . \, 2 = 0$$

$$V_a \, . \, 6 = 567$$

$$V_a = \underline{94{,}5 \text{ kN}}$$

   c) Pomocí silové podmínky rovnováhy do osy **z** vypočítáme reakci V_b.

$$\sum_{i=1}^{n} F_{zi} = 0$$



$$- Q_1 + V_a - Q_2 - Q_3 + V_b = 0$$

$$- 30 + 94{,}5 - 60 - 36 + V_b = 0$$

$$V_b = \underline{31{,}5 \text{ kN}} \uparrow$$

   d) Pomocí momentové podmínky rovnováhy k bodu c si ověříme, že máme reakce vypočítány správně.

$\sum_{i=1}^{n} M_{ci} = 0$ + ↷ − ↶

$$Q_1 . 0{,}5 - V_a . 1 + Q_2 . 2 + Q_3 . 5 - V_b . 7 = 0$$

$$30 . 0{,}5 - 94{,}5 . 1 + 60 . 2 + 36 . 5 - 31{,}5 . 7 = 0$$

$$\underline{0 = 0} \checkmark$$

B/ VYŘEŠÍME PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL

1) Výpočet průběhu normálových sil (znaménková konvence ⟷)
Protože se zde nevyskytují žádné normálové síly, je zde nulový průběh normálových sil.

2) Výpočet průběhu posouvajících sil (znaménková konvence)
- Z bodu c do bodu a je lineární průběh a mění se o velikost náhradního břemena Q_1.
- V bodě a dojde v průběhu ke skoku a to o velikosti hodnoty reakce V_a.
- Z bodu a do bodu d je lineární průběh a mění se o velikost náhradního břemena Q_2.
- Z bodu d do bodu e je průběh konstantní.
- Z bodu e do bodu f je průběh lineární a mění se o velikost náhradního břemena Q_2.
- Z bodu f do bodu b je průběh konstantní.

v bodě c: $V_c^L = \underline{0}$
v bodě a: $V_a^{L1} = V_c^L - Q_1 = 0 - 30 = \underline{-30 \text{ kNm}}$
$V_a^{L2} = -30 + V_a = -30 + 94{,}5 = \underline{64{,}5 \text{ kN}}$
v bodě d: $V_d^L = V_a^{L2} - Q_2 = 64{,}5 - 60 = \underline{4{,}5 \text{ kN}}$
v bodě e: $V_e^L = V_d^L = \underline{4{,}5 \text{ kN}}$
v bodě a: $V_f^L = V_e^L - Q_3 = 4{,}5 - 36 = \underline{-31{,}5 \text{ kN}}$
v bodě b: $V_b^L = V_f^L + V_b = -31{,}5 + 31{,}5 = \underline{0}$ (Vracíme se k základní čáře.)

Mezi body e a f může být místo nebezpečného průřezu. Přesné místo musíme najít. Vzdálenost můžeme určit buď zleva od bodu e (označíme X_L) nebo zprava od bodu f (značíme x_P).

$x_L = | V_e^L | / f_{d2} = 4{,}5 / 18 = \underline{0{,}25 \text{ m}}$

$x_P = | V_f^L | / f_{d2} = 31{,}5 / 18 = \underline{1{,}75 \text{ m}}$

Kontrola: $x_L + x_P = 2\text{m}$
$0{,}25 + 1{,}75 = 2$
$\underline{2=2}$

Místo možného nebezpečného průřezu označíme g.
Určíme náhradní břemeno např. zprava, tj. spojitého rovnoměrného zatížení od bodu g do f, které označíme Q_{3P}.

$Q_{3P} = f_{d2} . x_P = 18 . 1{,}75 = \underline{31{,}5 \text{ kN}}$

3) Výpočet průběhu ohybových momentů(znaménková konvence)
- Z bodu c do bodu a je průběh křivka 2. stupně (parabola).
- V bodě a dojde ke zlomu, protože zde působí „osamělé břemeno" (reakce V_a).
- Z bodu a do bodu d je průběh křivka 2. stupně (parabola).
- Z bodu d do bodu e je průběh lineární.
- Z bodu e do bodu f je průběh křivka 2. stupně (parabola). V bodě g je její vrchol.
- Z bodu f do bodu b je průběh lineární.

v bodě c: $M_c^L = \underline{0}$
v bodě a: $M_a^L = - Q_1 \cdot 0{,}5 = - 30 \cdot 0{,}5 = \underline{-15\ kNm}$
v bodě d: $M_d^L = - Q_1 \cdot 2{,}5 + V_a \cdot 2 - Q_2 \cdot 1 = -30 \cdot 2{,}5 + 94{,}5 \cdot 2 - 60 \cdot 1 = \underline{54\ kNm}$
v bodě e: $M_e^P = V_b \cdot 3 - Q_3 \cdot 1 = 31{,}5 \cdot 3 - 36 \cdot 1 = \underline{58{,}5\ kNm}$
v bodě g: $M_g^P = V_b \cdot 2{,}75 - Q_{3P} \cdot 0{,}875 = 31{,}5 \cdot 2{,}75 - 31{,}5 \cdot 0{,}875 = \underline{59{,}063\ kNm}$
v bodě f: $M_f^P = V_b \cdot 1 = 31{,}5 \cdot 1 = \underline{31{,}5\ kNm}$
v bodě b: $M_b^P = \underline{0}$

Poznámka: NEBEZPEČNÝ PRŮŘEZ je v bodě **g**, tzn. že ohybový moment má v tomto místě maximální hodnotu o velikost 59,063 kNm.